

ĐỀ THI THAM KHẢO

Môn thi: **TOÁN**

Thời gian: **180 phút** (không kể thời gian giao đề)

Đề thi gồm có 01 trang, 05 câu

Câu 1 (4,0 điểm)

Tìm tất cả các tam thức bậc hai hệ số thực $f(x) = 2x^2 + bx + c$ thỏa mãn $|f(x)| \leq 1$ với mọi $x \in [-1; 1]$.

Câu 2 (4,0 điểm)

$$\text{Tìm } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n}}{n\sqrt{n}}.$$

Câu 3 (4,0 điểm)

Cho năm điểm A, B, C, D, E cùng nằm trên một đường tròn (O). Chứng minh rằng mười đường thẳng đi qua trục tâm tam giác tạo bởi ba điểm bất kỳ trong đó và vuông góc với đường thẳng nối hai điểm còn lại cùng đi qua một điểm.

Câu 4 (4,0 điểm)

Cho các số nguyên dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 - 1 = 2abc$. Chứng minh rằng có ít nhất một trong các số a, b, c có dạng $2k^2 - 1$, trong đó k là một số nguyên dương.

Câu 5 (4,0 điểm)

Cho tập A gồm 2024 số thực. Với mỗi tập con X của A , ký hiệu $S(X)$ là tổng các phần tử của X , trong đó $S(\emptyset) = 0$. Gọi k là số các số thực x khác nhau mà tồn tại tập con X của A để $x = S(X)$. Gọi l là số cặp có thứ tự (X, Y) gồm các tập con không cần phân biệt của A sao cho $S(X) = S(Y)$. Chứng minh rằng $kl \leq 6^{2024}$.

----- **HẾT** -----

- Thí sinh **KHÔNG** được sử dụng tài liệu.
- Giám thị **KHÔNG** giải thích gì thêm.