

# Đề bài Procon 2024 (Competition Section)

Bản dịch và tóm tắt

Ngày 8 tháng 7 năm 2024

## 1 Các khái niệm

### 1.1 Bảng ô vuông (board)

Một bảng ô vuông  $B$  là ma trận 2 chiều có kích thước  $m \times n$ , trong đó  $32 \leq m \leq 256$  và  $32 \leq n \leq 256$ , có các đặc điểm sau:

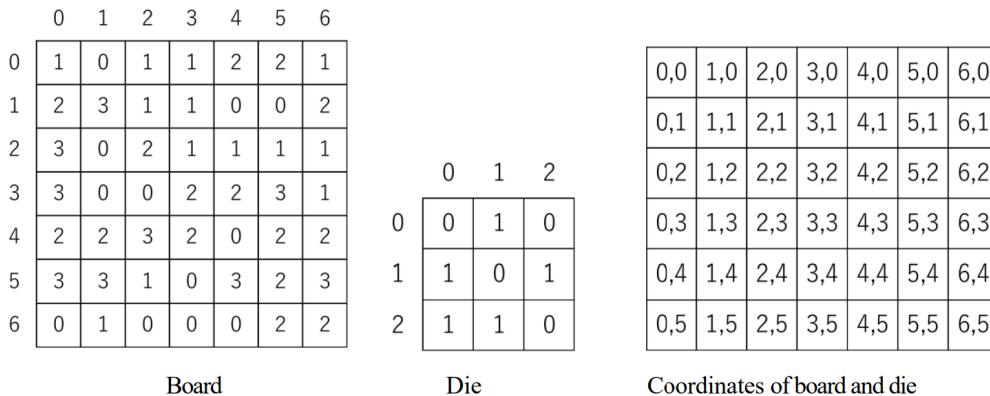
- Hệ tọa độ: Hệ tọa độ được minh họa trong hình 1. Tọa độ  $(x, y)$ , trong đó  $0 \leq x \leq n - 1$  và  $0 \leq y \leq m - 1$ , biểu diễn cột  $x$ , dòng  $y$  của bảng.
- Mỗi phần tử trong bảng nhận giá trị nguyên từ 0 đến 3. Mỗi giá trị 0, 1, 2, 3 được gán cho ít nhất 10% số phần tử trong bảng.

### 1.2 Pattern (die)

Một pattern (tên gọi khác: die) là ma trận 2 chiều có kích thước  $p \times q$ , trong đó trong đó  $1 \leq p \leq 256$  và  $1 \leq q \leq 256$ , có các đặc điểm sau:

- Hệ tọa độ: giống bảng ô vuông.
- Mỗi phần tử trong pattern (gọi là cell) chỉ nhận giá trị 0 hoặc 1.

Pattern được sử dụng trong phép biến đổi bảng, như được trình bày ở phần dưới đây.



Hình 1: Ví dụ về bảng ô vuông và pattern.

	0	1	2	3	4	5	6
0	1	0	1	1	2	2	1
1	2	3	1	1	0	0	2
2	3	0	2	1	1	1	1
3	3	0	0	2	2	3	1
4	2	2	3	2	0	2	2
5	3	3	1	0	3	2	3
6	0	1	0	0	0	2	2

(a) Bước 1

	0	1	2
0	0	1	0
1	1	0	1
2	1	1	0

	0	1	2	3	4	5	6
0	1	0	1	1	2	2	1
1	2	3	1	1	0	0	2
2	3	0		1	1	1	1
3	3		0		2	3	1
4	2			2	0	2	2
5	3	3	1	0	3	2	3
6	0	1	0	0	0	2	2

(b) Bước 2

	0	1	2
0	0	1	0
1	1	0	1
2	1	1	0

Phần bị nhấc lên

	2	
0		2
2	3	

	0	1	2	3	4	5	6
0	1	0	1	1	2	2	1
1	2	3	1	1	0	0	2
2	3	0	1	1	1	1	
3	3	0	2	3	1		
4	2	2	0	2	2		
5	3	3	1	0	3	2	3
6	0	1	0	0	0	2	2

(c) Bước 3

	0	1	2
0	0	1	0
1	1	0	1
2	1	1	0

Phần bị nhấc lên

	2	
0		2
2	3	

	0	1	2	3	4	5	6
0	1	0	1	1	2	2	1
1	2	3	1	1	0	0	2
2	3	0	1	1	1	1	2
3	3	0	2	3	1	0	2
4	2	2	0	2	2	2	3
5	3	3	1	0	3	2	3
6	0	1	0	0	0	2	2

(d) Bước 4

	0	1	2
0	0	1	0
1	1	0	1
2	1	1	0

Phần bị nhấc lên

	2	
0		2
2	3	

Hình 2: Minh họa các bước biến đổi bảng trong ví dụ.

### 1.3 Biến đổi bảng (die cutting)

Một phép biến đổi (die cutting) nhận đầu vào gồm bảng  $B$ , pattern  $P$ , tọa độ  $(x, y)$  trong bảng  $B$  và hướng  $d \in \{\text{up, down, left, right}\}$ . Phép biến đổi có đầu ra là một bảng mới  $B'$  và được thực hiện theo các bước sau:

- "Đặt" pattern  $P$  lên bảng  $B$  sao cho phần tử có tọa độ  $(0, 0)$  trong  $P$  trùng với vị trí có tọa độ  $(x, y)$  trong  $B$ .
- "Nhấc" tất cả các phần tử trong bảng  $B$  mà tương ứng với các phần tử có giá trị 1 khi đặt pattern lên.
- "Dịch" các phần tử còn lại theo hướng  $d$ .
- Đặt lại các phần tử đã được "nhấc lên" vào các ô còn trống theo thứ tự ban đầu.

Hình 2 minh họa một phép biến đổi. Xét phép biến đổi với bảng  $B$  (ma trận  $7 \times 6$  bên trái) và pattern  $P$  (ma trận  $3 \times 3$  bên phải) như hình 1, hướng  $d$  là left, tọa độ  $(x, y)$  được chọn là  $(1, 2)$ . Các bước thực hiện lần lượt là

- (Hình 2a). Đặt pattern  $P$  (hình bên phải) lên tọa độ  $(1, 2)$  trong bảng (được in màu đỏ). Khi đó, pattern  $P$  sẽ khớp với vùng có viền màu đỏ. Các ô trùng với giá trị 1 trong  $P$  được đánh dấu bằng nền màu xanh, các ô tương ứng với giá trị 0 được đánh dấu bằng nền màu vàng.
- (Hình 2b). Nhấc các ô tương ứng với giá trị 1 (các ô có nền màu xanh) lên và tạm thời đặt ra ngoài.

- (Hình 2c). Dịch các ô không bị nhắc theo hướng d, trong trường hợp này là hướng trái (left) sao cho không còn khoảng trống giữa các ô.
- (Hình 2d). Sau khi dịch, phía bên phải còn thừa một khoảng trống (được đánh dấu bằng màu xanh lá cây). Lấy phần bị nhắc lên ở bước 2 và đặt vào khoảng trống này theo đúng thứ tự để thu được kết quả cuối cùng.

Tương tự, ta có kết quả khi biến đổi bảng với hướng phải trong hình 3. Một số lưu ý:

- Sau khi đặt pattern (bước 1), nếu một phần pattern nằm ở ngoài bảng thì phần đó không có tác dụng trong phép biến đổi. Hay nói cách khác, có thể bỏ phần pattern nằm ngoài bảng đi mà không làm ảnh hưởng tới kết quả của phép biến đổi.
- Có thể đặt pattern tại một ô ở ngoài bảng. Khi đó tọa độ đặt  $(x, y)$  sẽ có giá trị âm và chỉ phần giao của pattern với bảng có tác dụng trong phép biến đổi (tương tự trường hợp trên).

	0	1	2	3	4	5	6
0	1	0	1	1	2	2	1
1	2	3	1	1	0	0	2
2	3	0	2	1	1	1	1
3	3	0	0	2	2	3	1
4	2	2	3	2	0	2	2
5	3	3	1	0	3	2	3

Original board and die-cut position

	0	1	2	3	4	5	6
0	1	0	1	1	2	2	1
1	2	3	1	1	0	0	2
2	3	0	1	1	1	1	2
3	3	0	2	3	1	0	2
4	2	2	0	2	2	2	3
5	3	3	1	0	3	2	3

Die cutting by moving to the left

	0	1	2	3	4	5	6
0	1	0	1	1	2	2	1
1	2	3	1	1	0	0	2
2	2	3	0	1	1	1	1
3	0	2	3	0	2	3	1
4	2	3	2	2	0	2	2
5	3	3	1	0	3	2	3

Die cutting by moving to the right

Hình 3: Kết quả biến đổi bảng trong ví dụ.

## 2 Đề bài

**Đề bài:** Cho bảng ô vuông nguồn  $B$ , bảng ô vuông đích  $B_f$ . Biết bảng  $B_f$  là một phiên bản đã được tráo (shuffle) của bảng  $B$ . Hãy tìm các một chuỗi các phép biến đổi bảng  $B$  thành bảng  $B_f$ . Mỗi phép biến đổi được gọi là một "nước đi", có thể chọn tọa độ đặt pattern và hướng tùy ý, tuy nhiên chỉ được sử dụng một trong các pattern sau:

	0	1	2	3
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1

Type I

	0	1	2	3
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
2	1	1	1	1
3	0	0	0	0

Type II

	0	1	2	3
0	1	0	1	0
1	1	0	1	0
2	1	0	1	0
3	1	0	1	0

Type III

Hình 4: Ví dụ về 3 loại pattern với kích thước  $4 \times 4$ .

- Các pattern luôn có sẵn (fixed dies): cho sẵn các pattern có kích thước là  $n \times n$  với  $n = 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256$  (9 giá trị). Với mỗi kích thước, có 3 pattern được cho sẵn chia làm 3 loại:
  - Loại I: Tất cả các ô có giá trị là 1.
  - Loại II: Các ô ở hàng chẵn có giá trị là 1, còn lại có giá trị 0.
  - Loại III: Các ô ở cột chẵn có giá trị là 1, còn lại có giá trị 0.

Hình 4 minh họa 3 loại pattern trên với kích thước  $4 \times 4$ . Như vậy, tổng cộng có 25 pattern có sẵn (do có 9 kích thước, mỗi kích thước có 3 pattern tương ứng với 3 loại kể trên, tuy nhiên kích thước  $1 \times 1$  thì 3 pattern kể trên trùng nhau).

- Các pattern được cho thêm khi thi đấu (general dies): tùy thuộc vào bài toán cụ thể.

Lưu ý: mỗi pattern có thể được sử dụng nhiều lần. Ví dụ về một bài toán cụ thể được thể hiện trong hình 5.

2	2	0	1	0	3
2	1	3	0	3	3
0	2	2	1	0	3
3	2	2	0	3	3

Initial state

0	0	0	0	0	0
1	1	1	2	2	2
2	2	2	2	3	3
3	3	3	3	3	3

Final state

0	1	1	1
1	0	0	1

General Die

1	0
0	1

General Die

Hình 5: Ví dụ về một bài toán cụ thể. Từ trái sang phải: bảng nguồn, bảng đích và 2 pattern được cho thêm.

### 3 Các tiêu chí đánh giá một lời giải

Một lời giải được đánh giá theo các tiêu chí sau theo mức ưu tiên từ cao đến thấp:

1. Số ô khác biệt giữa bảng nguồn và bảng đích càng ít càng tốt.
2. Số nước di chuyển (số phép biến đổi) càng ít càng tốt.
3. Thời gian chạy càng ít càng tốt (thời gian chạy không được quá 5 phút).