

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ

ĐỖ NAM

**DAO ĐỘNG CỦA DÀM FGM LIÊN TỤC NHIỀU NHỊP
CÓ VẾT NÚT**

Chuyên ngành: Cơ kỹ thuật

Mã số: 62 52 01 01

TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SĨ CƠ KỸ THUẬT

Hà Nội - 2020

Công trình được hoàn thành tại:

Trường Đại học Công nghệ, Đại học Quốc gia Hà Nội

Người hướng dẫn khoa học:

1/ GS.TSKH Nguyễn Tiên Khiêm

2/ PGS.TS Phạm Mạnh Thắng

Phản biện:

Phản biện:

Phản biện:

Luận án sẽ được bảo vệ trước Hội đồng cấp Đại học Quốc gia chấm luận án tiến sĩ
họp tại

vào hồi giờ ngày tháng năm 2020

Có thể tìm hiểu luận án tại:

- Thư viện Quốc gia Việt Nam

- Trung tâm Thông tin – Thư viện, Đại học Quốc gia Hà Nội

MỞ ĐẦU

Sự ra đời của loại vật liệu FGM đã đặt ra nhiều bài toán cho các nhà cơ học, ví dụ, các bài toán dao động của kết cấu dầm, tấm hay vỏ làm bằng FGM. Ở đây những vấn đề cơ bản của dao động riêng, dao động cưỡng bức, thậm chí là dao động phi tuyến của dầm FGM đã được giải quyết khá trọn vẹn. Gần đây, mô hình vết nứt trong dầm FGM và dao động của các dầm FGM chứa các vết nứt đã được quan tâm nghiên cứu cả lý thuyết lẫn ứng dụng [3]. Các phương pháp phần tử hữu hạn, phương pháp Rayleigh-Ritz hay phương pháp độ cứng động đều đã được phát triển để nghiên cứu kết cấu dầm FGM. Nhưng bài toán dao động của dầm FGM liên tục nhiều nhịp chứa vết nứt vẫn chưa được quan tâm nghiên cứu, mặc dù bài toán dao động của dầm đồng nhất liên tục đa nhịp đã được nghiên cứu khá chi tiết. Vì vậy, vấn đề đặt ra là nghiên cứu dao động của dầm FGM liên tục nhiều nhịp có vết nứt.

Mục tiêu của luận án là phát triển phương pháp ma trận truyền để nghiên cứu dao động của dầm Timoshenko liên tục, nhiều nhịp có vết nứt làm từ vật liệu cơ lý tính biến đổi liên tục, làm cơ sở để chẩn đoán vết nứt trong dầm bằng phương pháp rung động.

Đối tượng và phạm vi nghiên cứu là dầm Timoshenko có nhiều gối cứng và chứa các vết nứt. Dầm được giả thiết là có tiết diện đều, làm từ vật liệu FGM với quy luật biến đổi theo hàm lũy thừa. Vết nứt được giả thiết là luôn mở (vết nứt cạnh), không phát triển và có thể mô tả bằng hai lò xo dọc trục và xoắn với độ cứng tính được từ độ sâu của vết nứt theo lý thuyết cơ học phá hủy.

Phương pháp nghiên cứu là phương pháp ma trận truyền (giải tích) được minh họa bằng các kết số nhận được nhờ Matlab.

Nội dung và bố cục của luận án bao gồm:

Chương I, tổng quan về vật liệu FGM, dao động của dầm liên tục đồng chất có gối cứng; dầm đồng chất có vết nứt; mô hình dầm FGM và dao động của dầm đơn FGM có vết nứt để từ đó rút ra vấn đề nghiên cứu cho luận án. Ở đây trình bày cả về phương pháp ma trận truyền cổ điển và áp dụng cho dầm đồng chất liên tục đa nhịp.

Chương II trình bày việc xây dựng mô hình dầm FGM có vết nứt trong đó chứa dầm đồng chất như trường hợp riêng. Ở đây thiết lập các phương trình cơ bản của dầm FGM, lời giải tổng quát bài toán dao động của dầm FGM có vết nứt trong miền tần số làm cơ sở để ứng dụng phương pháp ma trận truyền.

Chương III trình bày sự phát triển phương pháp ma trận truyền cho dầm liên tục nhiều nhịp đồng chất có vết nứt và nghiên cứu ảnh hưởng của gối cứng và vết nứt đến tần số riêng của dầm đồng chất liên tục nhiều nhịp.

Chương IV áp dụng phương pháp ma trận truyền để nghiên cứu ảnh hưởng của gờ cứng trung gian đến tần số của dầm FGM có vết nứt.

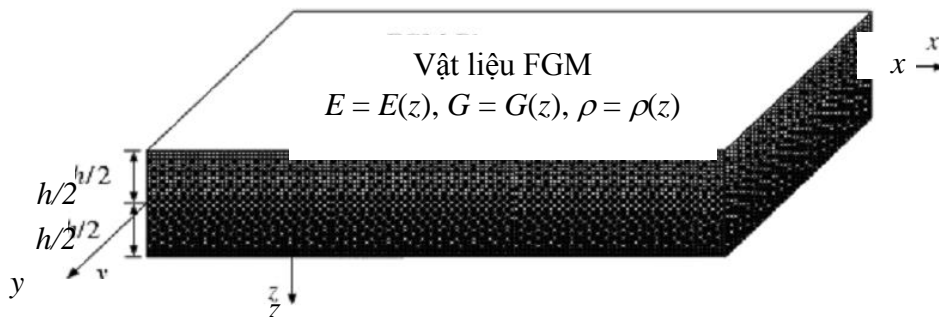
Kết luận trình bày các kết quả chính của luận án như sau: (a) Đã phát triển phương pháp ma trận truyền để nghiên cứu dao động của FGM liên tục, nhiều nhịp có vết nứt tránh được thuật toán xác định phản lực tại các gờ trung gian như trong phương pháp ma trận truyền cổ điển; (b) Đã nghiên cứu ảnh hưởng của gờ cứng trung gian đến tần số riêng của dầm đồng chất có vết nứt và phát hiện ra rằng gờ cứng trung gian làm xuất hiện một số tần số không phụ thuộc vào điều kiện biên, được gọi là tần số gờ; (c) Đã nghiên cứu ảnh hưởng của gờ cứng trung gian, vị trí và độ sâu vết nứt, các tham số vật liệu FGM đến tần số riêng của dầm FGM liên tục nhiều nhịp có vết nứt.

Các kết quả chính của luận án đã được công bố trong 5 công trình nghiên cứu, trong đó 01 trên tạp chí ISI, 01 bài trên Tạp chí Cơ học; 01 bài trong tuyển tập Hội nghị khoa học quốc tế và 02 bài trong Tuyển tập Hội nghị khoa học quốc gia.

CHƯƠNG 1

TỔNG QUAN VÀ ĐẶT VẤN ĐỀ NGHIÊN CỨU

1.1. Vật liệu FGM và ứng dụng



Hình 1.1. Sơ đồ hình học một tấm vật liệu FGM đặc trưng thay đổi theo chiều dày
Hàm đặc trưng cho các đặc trưng vật liệu của tấm được biểu diễn như sau:

$$V(z) = V_b + (V_t - V_b)g(z) \quad (1.1)$$

trong đó $V(z)$ biểu diễn các đại lượng E , G , ρ và các chỉ số dưới b và t ký hiệu các pha vật liệu khác nhau (b – vật liệu ở mặt dưới và t – vật liệu ở mặt trên). Hàm $g(z)$ mô tả tỷ lệ thể tích của các pha vật liệu khác nhau.

Vật liệu FGM có thể được ứng dụng đối với hầu hết các lĩnh vực vật liệu. Ví dụ như các hệ thống giao thông, các hệ thống biến đổi năng lượng, dụng cụ cắt, bộ phận máy móc, chất bán dẫn, quang học và các hệ thống sinh học. Các ứng dụng trong ngành hàng không vũ trụ, năng lượng hạt nhân yêu cầu độ tin cậy cao trong khi đó trong các ứng dụng khác như các dụng cụ cắt, các trục cán nhiệt độ cao và các chi tiết máy lại yêu cầu về độ mài mòn, nhiệt, va chạm, và độ ăn mòn.

1.2. Dao động của dầm đồng chất có gối trung gian (dầm liên tục nhiều nhịp)

1.2.1. Tổng quan

Dầm liên tục nhiều nhịp là một mô hình kết cấu được sử dụng nhiều trong kỹ thuật cầu và cơ khí chế tạo. Phân tích động lực học kết cấu dạng này là rất quan trọng và đã được quan tâm nghiên cứu từ rất lâu. Bài toán cơ bản của động lực học dầm liên tục nhiều nhịp là bài toán tính toán tần số và dạng dao động riêng. Việc nghiên cứu ảnh hưởng của vị trí và số lượng gối trung gian đến tần số dao động riêng của dầm liên tục nhiều nhịp đóng vai trò quan trọng trong việc thiết kế tối kết cấu dầm liên tục nhiều nhịp.

1.2.2. Phương pháp ma trận truyền cổ điển

Cơ sở khoa học của phương pháp như sau:

- Trước tiên ta đưa vào một véc tơ trạng thái $\{S\}$ mô tả trạng thái làm việc của một đối tượng tại một vị trí trong kết cấu hoặc một thời điểm cụ thể.

- Sau đó bằng các lý thuyết đã có về đối tượng, xây dựng mối liên hệ giữa hai trạng thái bất kỳ khác nhau $\{S(n)\}, \{S(n+1)\}$ của đối tượng, nói chung được mô tả bằng một phương trình đại số tuyến tính

$$\{S(n+1)\} = [T(n)]\{S(n)\} \quad (1.6)$$

trong đó $[T]$ là một ma trận.

- Sử dụng mối quan hệ này và các trạng thái đầu và cuối, ví dụ $\{S(0)\}, \{S(N)\}$, thiết lập mối liên hệ

$$\{S(N)\} = [T(N) \dots T(1)]\{S(0)\} = [T]\{S(0)\}. \quad (1.7)$$

1.2.3. Áp dụng phương pháp ma trận truyền cổ điển cho dầm liên tục nhiều nhịp

Phương trình tần số cho dầm liên tục nhiều nhịp tựa đơn hai đầu:

$$L_1(\lambda x_1) \hat{L}_2(\lambda, x_1, \dots, x_n, \ell) - L_2(\lambda x_1) \hat{L}_1(\lambda, x_1, \dots, x_n, \ell) = 0. \quad (1.24)$$

Chính vì vậy, để tránh thuật toán phức tạp xác định các phần tử gối trung gian trong bài toán dao động của dầm liên tục nhiều nhịp, cần thiết phải có một cách tiếp cận mới của phương pháp ma trận truyền áp dụng cho dầm liên tục nhiều nhịp. Đó cũng là một nhiệm vụ đặt ra trong luận án này. Trong công trình [38] một ý tưởng mới đã được đề xuất và phát triển cho dầm có vết nứt. Tuy nhiên, ý tưởng này chỉ được phát triển đầy đủ và chi tiết trong các công bố của Nguyễn Tiến Khiêm và cộng sự.

1.3. Dao động của dầm đồng chất có vết nứt

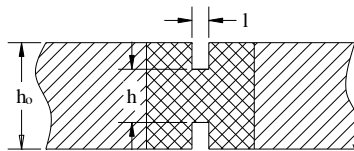
1.3.1. Tổng quan

Hư hỏng của kết cấu được hiểu là sự thay đổi các tính chất vật lý (vật liệu, liên kết, ...) và hình học (kích thước, hình dáng, ...) của kết cấu so với trạng thái ban đầu được gọi là kết cấu nguyên vẹn. Hư hỏng kết cấu nói chung được mô tả bởi hai tham số: vị trí và mức độ hư

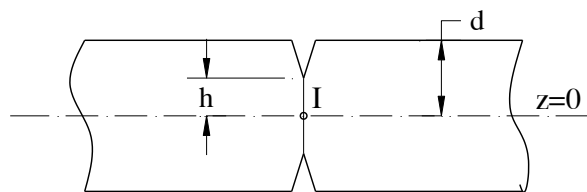
hông. Ví dụ, vết nứt là dạng hư hỏng điển hình của kết cấu, được đặc trưng bởi hai tham số là vị trí và kích thước của nó. Nguyễn Tiến Khiêm và cộng sự [27, 68] đã xây dựng được biểu thức nghiệm tổng quát cho bài toán dao động riêng của dầm đàn hồi có nhiều vết nứt, đơn giản và thuận tiện hơn nhiều lời giải của Cademi và Calio. Đặc biệt là có thể sử dụng như hàm dạng để áp dụng phương pháp ma trận truyền hay phương pháp phần tử liên tục.

1.3.2. Mô hình dầm có vết nứt

Vết nứt trong vật rắn được hiểu là sự xuất hiện một mặt phân cách trong lòng vật rắn, tại đó các tính chất cơ lý của vật liệu và trạng thái ứng suất biến dạng bị gián đoạn (mất tính liên tục). Mặt phân cách đó gọi là mặt vết nứt; kích thước của mặt vết nứt đồng thời cũng là kích thước vết nứt. Kích thước (size) vết nứt có thể phát triển và khi đó người ta gọi là sự lan truyền (propagation) vết nứt. Vết nứt có kích thước thay đổi tăng và giảm một cách đều đặn được gọi là vết nứt thở (breathing). Vết nứt có thể xuất phát từ mặt biên của vật rắn và phát triển sâu vào trong lòng vật rắn. Khi đó người ta gọi đó là vết nứt mở (open) hoặc vết nứt cạnh (edge) và khoảng cách lớn nhất từ biên đến điểm xa nhất (giới hạn) trên mặt vết nứt gọi là độ sâu vết nứt. Điểm giới hạn của mặt vết nứt trong lòng vật rắn gọi là mũi vết nứt. Ở đây chúng ta chỉ xét vết nứt mở trong dầm có mặt vết nứt vuông góc với trục dầm (vết nứt thẳng). Lúc này vết nứt có thể hiểu là sự thay đổi mặt cắt ngang của dầm và giá thiết độ sâu của vết nứt không thay đổi (vết nứt dừng – stationary).



Hình 1.2. Mô hình vết nứt dạng vết cưa (saw cut)



Hình 1.3. Mô hình vết nứt delta

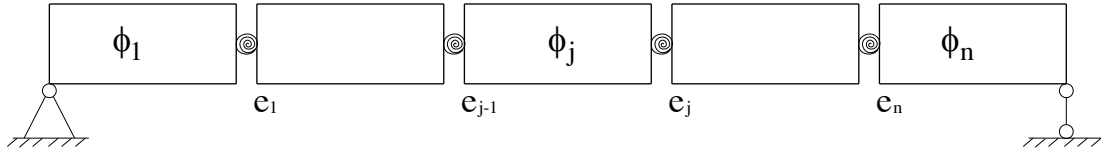
1.3.3. Dao động riêng của dầm đồng chất có vết nứt

Xét một dầm Euler-Bernoulli chiều dài l chứa n vết nứt tại các vị trí $e_j, j = 1, \dots, n$ được mô tả bằng các lò xo xoắn tương đương có độ cứng là K_j . Trong mỗi đoạn dầm $(e_j, e_{j+1}), j = 0, \dots, n, e_0 = 0, e_{n+1} = l$ dao động của dầm được mô tả bằng phương trình:

$$EI \partial^4 w_j(x, t) / \partial x^4 + \rho A \partial^2 w_j(x, t) / \partial t^2 = 0, j = 0, \dots, n$$

cùng với các điều kiện tương thích tại các vị trí vết nứt $e_j, j = 1, \dots, n$

$$\begin{aligned} w_{j-1}(e_j, t) &= w_j(e_j, t); w'_{j-1}(e_j, t) = w'_j(e_j, t) - \gamma_j w''_j(e_j, t); \\ w''_{j-1}(e_j, t) &= w''_j(e_j, t); w'''_{j-1}(e_j, t) = w'''_j(e_j, t); \gamma_j = EI / K_j. \end{aligned} \quad (1.28)$$



Hình 1.4. Mô hình dầm có nhiều vết nứt

Trong miền tần số ta có phương trình

$$d^4 W_j(x) / dx^4 - \lambda^4 W_j(x) = 0, j = 0, \dots, n, \lambda = (\rho A \omega^2 / EI)^{1/4} \quad (1.29)$$

1.4. Đặt vấn đề nghiên cứu

Cơ sở khoa học cho việc mô phỏng, tính toán kết cấu FGM đã được trình bày trong [6, 19]. Các phương pháp phân tích động lực học kết cấu FGM đã được phát triển trong các công bố [8, 9, 14, 31, 32, 51, 52, 53, 54, 64].

Gần đây, do nhu cầu của thực tế, các vấn đề về vết nứt trong kết cấu composite nói chung và kết cấu FGM nói riêng đã được quan tâm nghiên cứu. Cơ sở khoa học cho các nghiên cứu này đã được trình bày trong các tài liệu [15, 17, 22]. Những kết quả nghiên cứu này đã chỉ ra rằng vết nứt cạnh, mở trong phần tử dầm FGM có thể được mô tả bằng các lò xo tương đương với các độ cứng được theo lý thuyết phá hủy của FGM tại mặt cắt chứa vết nứt.

CHƯƠNG 2. MÔ HÌNH DAO ĐỘNG CỦA DẦM FGM CÓ VẾT NỨT

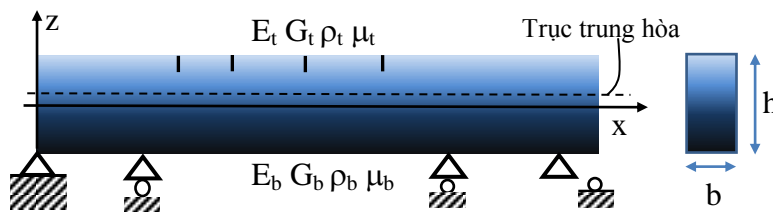
2.1. Phương trình dao động của dầm FGM

Xét một dầm FGM chiều dài L , tiết diện ngang hình chữ nhật có diện tích $A = b \times h$ (Hình 2.1) và giả thiết vật liệu dầm biến thiên theo quy luật hàm lũy thừa

$$\mathfrak{R}(z) = \mathfrak{R}_b + (\mathfrak{R}_t - \mathfrak{R}_b)V(z), -h/2 \leq z \leq h/2, \quad (2.1)$$

trong đó $\mathfrak{R}(z)$ đại diện cho các tham số vật liệu $E, G, -\rho$ (mô đun đàn hồi, mô đun trượt và mật độ khối lượng), z là tọa độ theo chiều dày của dầm kể từ mặt iuwax dầm với

$$V(z) = (z + h/2)^n, \mathfrak{R}_b = \mathfrak{R}(-h/2), \mathfrak{R}_t = \mathfrak{R}(h/2). \quad (2.2)$$



Hình 2.1. Mô hình của dầm FGM liên tục nhiều nhịp có vết nứt

Sử dụng lý thuyết dầm biến dạng trượt bậc nhất, trường chuyển vị của dầm tại mặt cắt x được biểu diễn như sau

$$u_0(x, z, t) = u(x, t) - (z - h_0)\theta(x, t); w_0(x, z, t) = w(x, t) \quad (2.3)$$

với $u(x, t), w(x, t)$ là chuyển vị dọc trục và uốn trên mặt trung hòa nằm ở độ cao là h_0 so với mặt giữa dầm; θ là góc xoay của mặt cắt đang xét. Do đó, phương trình cơ bản của dầm có thể viết ở dạng

$$\varepsilon_x = \partial u / \partial x - (z - h_0) \partial \theta / \partial x; \gamma_{xz} = \partial w / \partial x - \theta \quad (2.4)$$

và

$$\sigma_x = E(z)\varepsilon_x; \tau_{xz} = \psi G(z)\gamma_{xz}. \quad (2.5)$$

Áp dụng nguyên lý Haminton [71] cho đoạn dầm trên ta có thể thiết lập phương trình chuyển động tổng quát của dầm FGM ở dạng

$$\begin{aligned} (I_{11}\ddot{u} - A_{11}u'') - (I_{12}\ddot{\theta} - A_{12}\theta'') &= 0; \\ (I_{12}\ddot{u} - A_{12}u'') - (I_{22}\ddot{\theta} - A_{22}\theta'') + A_{33}(w' - \theta) &= 0; \\ I_{11}\ddot{w} - A_{33}(w'' - \theta') &= 0, \end{aligned} \quad (2.6)$$

Trong trường hợp này, rõ ràng rằng $A_{12} = 0$ và phương trình dao động riêng (2.6) được rút gọn thành

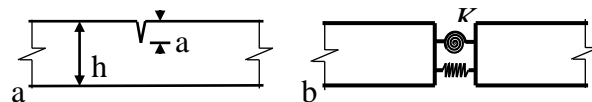
$$\begin{aligned} I_{11}\ddot{u} - A_{11}u'' - I_{12}\ddot{\theta} &= 0; \\ I_{12}\ddot{u} - I_{22}\ddot{\theta} + A_{22}\theta'' + A_{33}(w' - \theta) &= 0; \\ I_{11}\ddot{w} - A_{33}(w'' - \theta') &= 0. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Thực hiện phép biến đổi Fourier, phương trình (2.8) được chuyển về miền tần số có dạng:

$$[\mathbf{A}]\{\mathbf{z}''\} + [\mathbf{\Pi}]\{\mathbf{z}'\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{z}\} = \{0\}, \quad (2.9)$$

2.2. Mô hình vết nứt trong dầm FGM

Giả sử trong đoạn dầm FGM (x_a, x_b) chứa một vết nứt hở có độ sâu a tại vị trí $e \in (x_a, x_b)$, được mô tả bằng hai lò xo như trong Hình 2.2, trong đó độ cứng của các lò xo xoay và lò xo tịnh tiến được ký hiệu lần lượt là K_z, K_x .



Hình 2.2. Mô hình vết nứt trong dầm K_x

Với mô hình vết nứt này ta có thể nhận được điều kiện tương thích tại vị trí vết nứt dạng

$$U(e+0) - U(e-0) = \frac{N(e)}{K_x}; \theta(e+0) - \theta(e-0) = \frac{M(e)}{K_z};$$

$$W(e+0) = W(e-0); N(e) = N(e+0) = N(e-0); \quad (2.17)$$

$$Q(e+0) = Q(e-0); M(e+0) = M(e-0) = M(e),$$

trong đó N , Q và M lần lượt là lực dọc, lực cắt và mô men uons được tính theo các công thức

$$N = A_{11}U'_x; M = A_{22}\theta'_x; Q = A_{33}(W'_x - \theta). \quad (2.18)$$

Thay (2.18) vào (2.17), ta nhận được

$$U(e+0) = U(e-0) + \gamma_1 U'_x(e); \theta(e+0) = \theta(e-0) + \gamma_2 \theta'_x(e);$$

$$W(e+0) = W(e-0); U'_x(e+0) = U'_x(e-0); \quad (2.19)$$

$$\theta'_x(e+0) = \theta'_x(e-0); W'_x(e+0) = W'_x(e-0) + \gamma_2 \theta'_x(e),$$

2.3. Dao động của dầm FGM có vết nứt (nghiệm tổng quát)

Trước hết ta tìm nghiệm riêng $\mathbf{z}_s(x)$ của phương trình (2.9) thỏa mãn điều kiện

$$\mathbf{z}_s(0) = (S_1, S_2, 0)^T; \mathbf{z}'_s(0) = (0, 0, S_3)^T \quad (2.26)$$

sẽ có dạng

$$\mathbf{z}_s(x) = [\mathbf{G}(x)]\{\mathbf{S}\}, \quad (2.27)$$

Ta có thể viết nghiệm đó ở dạng

$$\mathbf{z}_c(x) = \begin{cases} \mathbf{z}_0(x): x < e; \\ \mathbf{z}_0(x) + \mathbf{G}_c(x-e)\mathbf{z}'_0(e): x \geq e, \end{cases} \quad (2.31)$$

với

$$\mathbf{G}_c(x) = \mathbf{G}(x) \times \Sigma. \quad (2.32)$$

Mặt khác, có thể dễ dàng chứng minh được nghiệm (2.31) thỏa mãn điều kiện tương thích tại vị trí vết nứt (2.19). Do vậy, nghiệm tổng quát của phương trình (2.9) thỏa mãn điều kiện (2.19) có thể viết ở dạng

$$\{\mathbf{z}_c(x)\} = [\Phi(x, \omega)] \cdot \{\mathbf{C}\}, \quad (2.33)$$

với

$$\Phi(x, \omega) = \mathbf{G}_0(x, \omega) + \mathbf{K}(x-e)\mathbf{G}'_0(e, \omega); \quad (2.24)$$

$$\mathbf{K}(x) = \begin{cases} 0: x \leq 0; \\ \mathbf{G}_c(x): x > 0; \end{cases}; \mathbf{K}'(x) = \begin{cases} 0: x \leq 0; \\ \mathbf{G}'_c(x): x > 0. \end{cases} \quad (2.35)$$

Đây chính là lời giải tổng quát của phương trình dao động của dầm FGM có một vết nứt. Nếu trong dầm có nhiều vết nứt tại các vị trí $e_k, k=1, 2, \dots, n$ thì tương tự ta có thể biểu diễn nghiệm tổng quát của dầm FGM có nhiều vết nứt ở dạng (2.33) trong đó

$$\Phi(x, \omega) = \mathbf{G}_0(x, \omega) + \sum_{k=1}^n \mathbf{K}(x-e_k)\mathbf{\Omega}_k, \quad (2.36)$$

và các ma trận $\mathbf{\Omega}_k, k=1, 2, \dots, n$ được tính theo các công thức truy hồi [34-35]

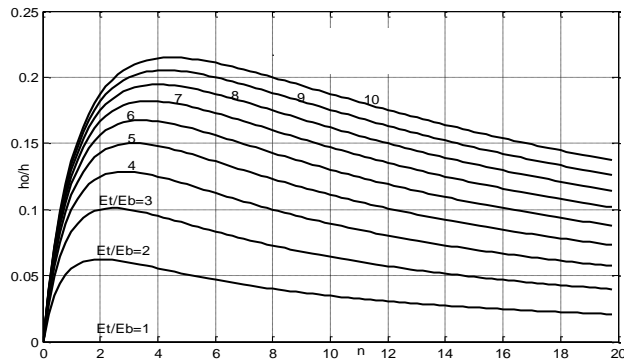
$$[\mathbf{\Omega}_k] = [\mathbf{G}'_0(e_k, \omega)] + \sum_{j=1}^{k-1} [\mathbf{G}'_c(e_k - e_j)] \cdot [\mathbf{\Omega}_j]; \quad k = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (2.37)$$

Như vậy, đã tìm được biểu thức hiển của nghiệm tổng quát của dầm FGM chứa nhiều vết nứt, nó sẽ được sử dụng ở sau để xây dựng phương pháp ma trận truyền để nghiên cứu dầm liên tục nhiều nhịp làm từ vật liệu FGM.

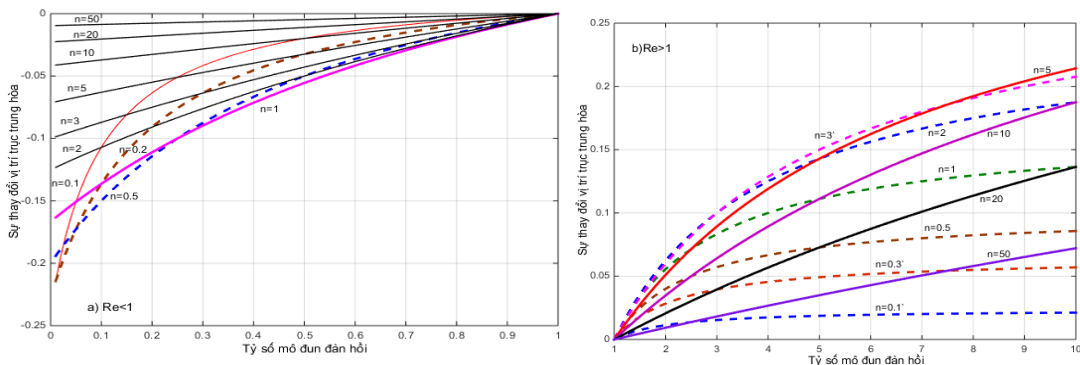
2.4. Một số đặc tính dao động của dầm FGM (Kết quả số)

a) Trục trung hòa trong dầm FGM

Trên Hình 2.3 – 2.4 trình bày vị trí trục trung hòa tính từ trục giữa, phụ thuộc vào chỉ số tỷ lệ thể tích n và tỷ số mô đun đàn hồi R_e (top-to-bottom) n .



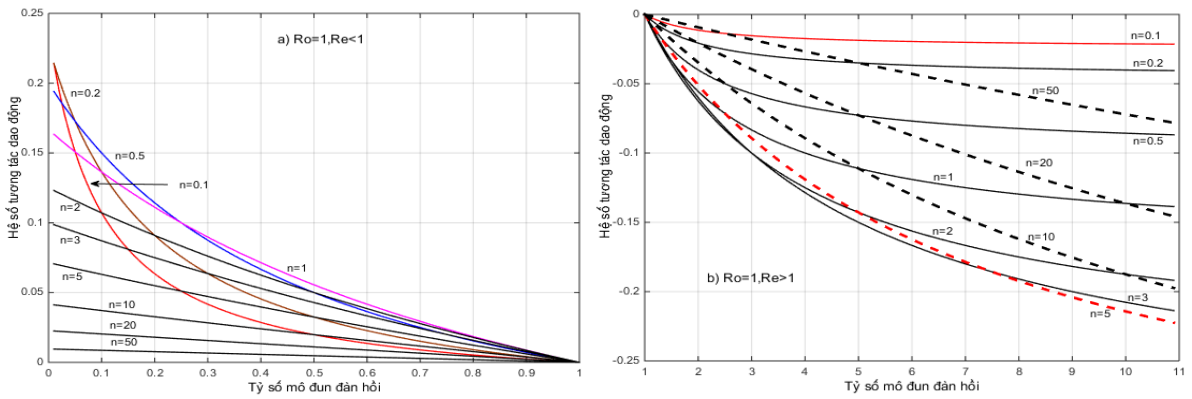
Hình 2.3. Vị trí trục trung hòa phụ thuộc vào số mũ n với các giá trị tỷ số mô đun đàn hồi khác nhau.



Hình 2.4. Vị trí trục trung hòa (tính từ trục giữa dầm) phụ thuộc vào tỷ số mô đun đàn hồi với các giá trị khác nhau của chỉ số n . a) $Re < 1$; b) $Re > 1$.

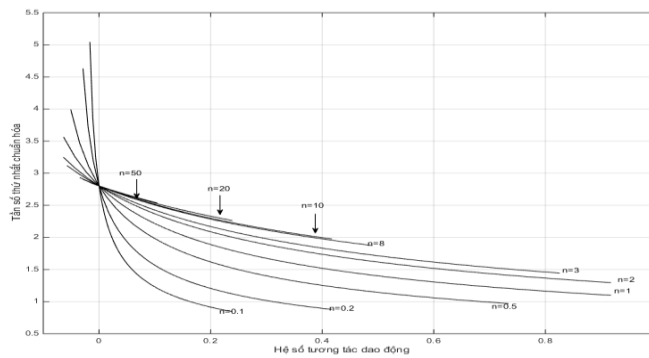
b) Tương tác giữa dao động dọc trục và dao động uốn trong dầm FGM

Trong Hình 2.5 biểu diễn sự phụ thuộc của hệ số tương tác dao động của dầm FGM phụ thuộc vào các tham số vật liệu. Đồ thị trên hình vẽ cho thấy nếu tỷ số mô đun đàn hồi nhỏ hơn 1 (tức mô đun đàn hồi vật liệu mặt trên nhỏ hơn mô đun đàn hồi của vật liệu mặt đáy dầm) thì hệ số tương tác sẽ dương và giảm dần khi mô đun đàn hồi vật liệu mặt trên tăng dần đến mô đun đàn hồi vật liệu mặt đáy. Hệ số tương tác sẽ âm khi mô đun đàn hồi mặt trên lớn hơn mô đun đàn hồi mặt dưới và giá trị tuyệt đối của hệ số này tăng khi mô đun đàn hồi mặt dưới tăng. Chỉ số phân bố thể tích n làm giảm giá trị tuyệt đối của hệ số tương tác khi $R_e < 1$ và tăng giá trị này khi $R_e > 1$.

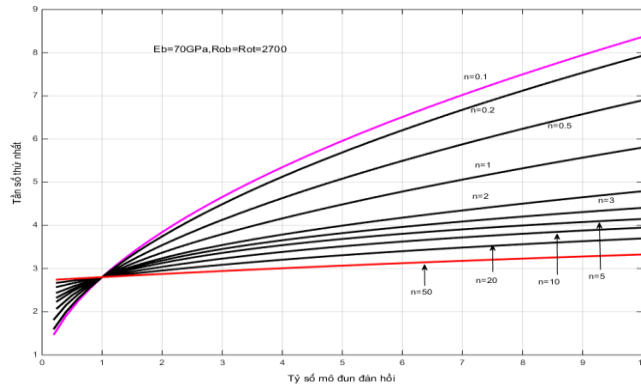


Hình 2.5. Hệ số tương tác giữa dao động dọc trục và dao động uốn, I_{12} , phụ thuộc vào tỷ số mô đun đàn hồi và hệ số tỷ lệ thể tích n , $Ro=1$, a) $Re < 1$; b) $Re > 1$.

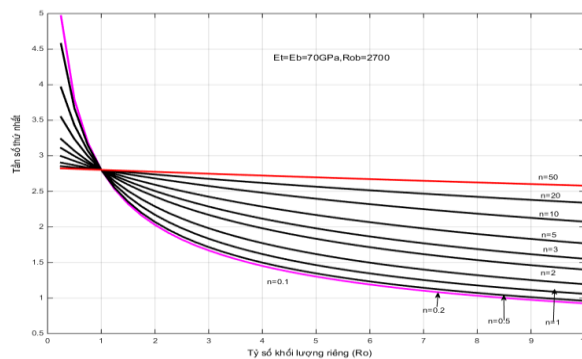
c) Ảnh hưởng các tham số vật liệu đến tần số của dầm FGM



Hình 2.6. Ảnh hưởng của hệ số tương tác dao động đến tần số riêng của dầm FGM

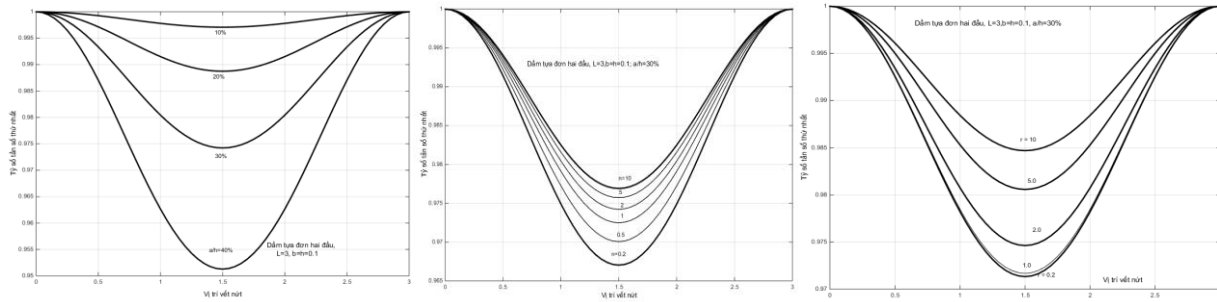


Hình 2.7. Ảnh hưởng của của tỷ số mô đun đàn hồi đến tần số riêng của dầm FGM

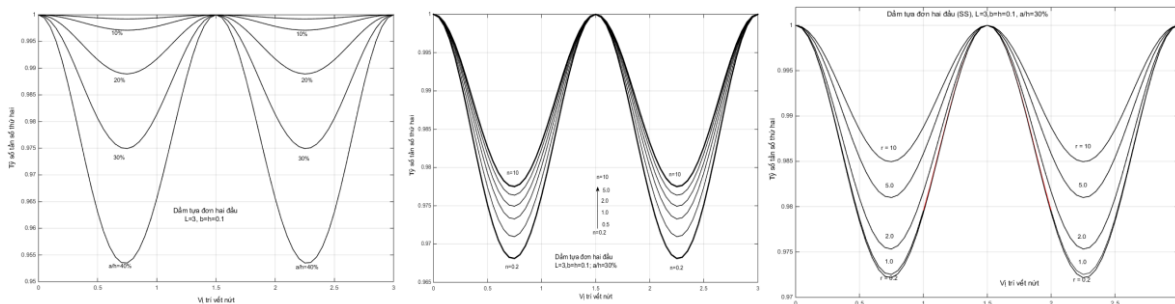


Hình 2.8. Ảnh hưởng của của tỷ số mật độ khối đến tần số riêng của dầm FGM

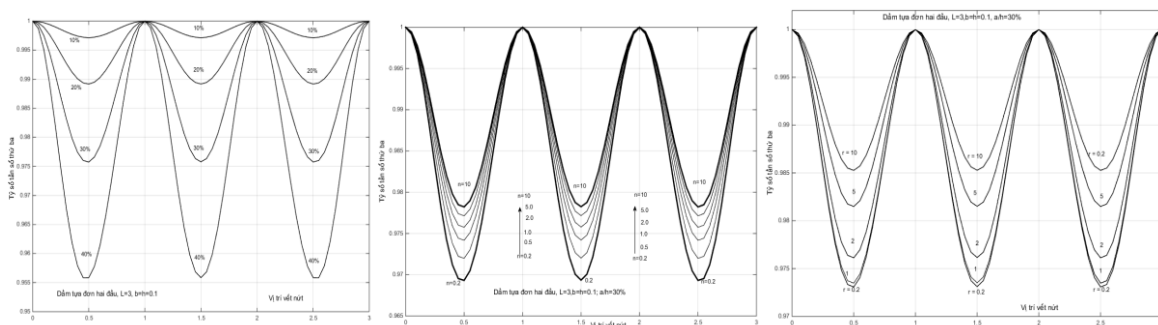
d) Ảnh hưởng của vết nứt đến tần số của dầm FGM đơn



Hình 2.9. Ảnh hưởng độ sâu vết nứt a/h (a), chỉ số phân bố vật liệu n (b) và tỷ số mô đun đàn hồi r (c) đến tần số thứ nhất của dầm FGM tựa đơn hai đầu



Hình 2.10. Ảnh hưởng độ sâu vết nứt a/h (a), chỉ số phân bố vật liệu n (b) và tỷ số mô đun đàn hồi r (c) đến tần số thứ hai của dầm FGM tựa đơn hai đầu



Hình 2.11. Ảnh hưởng độ sâu vết nứt a/h (a), chỉ số phân bố vật liệu n (b) và tỷ số mô đun đàn hồi r (c) đến tần số thứ ba của dầm FGM tựa đơn hai đầu.

CHƯƠNG 3: DAO ĐỘNG CỦA DẦM ĐỒNG CHẤT ĐA NHỊP CÓ VẾT NỨT

3.1. Ma trận truyền cho phần tử dầm đồng chất gỏi cứng hai đầu

Xét dầm liên tục có các gỏi cứng tại các vị trí $x_0 = 0, x_1, \dots, x_n, x_{n+1} = L$. Khi đó dễ dàng nhận thấy chuyển vị ngang (độ võng) của dầm tại tất cả các gỏi bằng 0, do đó ta có các phương trình

$$W(0) = W(x_1) = \dots = W(x_n) = W(L) = 0. \tag{3.1}$$

Xét một nhịp dầm bất kỳ nằm giữa hai gỏi liên tiếp $(x_{j-1}, x_j), j = 1, \dots, n + 1$, độ võng của nó thỏa mãn phương trình

$$\frac{d^4 W(x)}{dx^4} - \lambda^4 W(x) = 0, \lambda^4 = (\omega/a)^2, a = \sqrt{EI/\rho A}. \quad (3.2)$$

và điều kiện

$$W(x_{j-1}) = W(x_j) = 0. \quad (3.3)$$

Giả sử trong đoạn dầm này có một vết nứt tại vị trí e_j và độ sâu a_j . Khi đó như chúng ta đã chứng minh được ở phần trên, nghiệm tổng quát của phương trình (3.2) thỏa mãn điều kiện tại vết nứt

$$\begin{aligned} W(e_j - 0) &= W(e_j + 0); W''(e_j - 0) = W''(e_j + 0) = W''(e_j); \\ W'''(e_j - 0) &= W'''(e_j + 0); W'(e_j - 0) = W'(e_j + 0) - \gamma_j W''(e_j) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Có thể biểu diễn ở dạng

$$W_j(x) = C_{j1}L_1(x, e_j) + C_{j2}L_2(x, e_j) + C_{j3}L_3(x, e_j) + C_{j4}L_4(x, e_j), \quad (3.5)$$

Khi đó biểu thức (3.5) có thể viết lại thành

$$W_j(x) = C_{j1}L_{1j}(x, e_j) + C_{j2}L_{2j}(x, e_j), \quad (3.7)$$

3.2. Xây dựng ma trận truyền cho dầm liên tục nhiều nhịp có vết nứt

Để xây dựng ma trận truyền cho dầm liên tục nhiều nhịp, ta sử dụng điều kiện liên tục của góc xoay và mô men uốn tại các gối

$$W'_j(x_j) = W'_{j+1}(x_j); W''_j(x_j) = W''_{j+1}(x_j). \quad (3.8)$$

Hay

$$\begin{aligned} C_{j1}L'_{1j}(x_j, e_j) + C_{j2}L'_{2j}(x_j, e_j) &= C_{j+1,1}L'_{1,j+1}(x_j, e_{j+1}) + C_{j+1,2}L'_{2,j+1}(x_j, e_{j+1}); \\ C_{j1}L''_{1j}(x_j, e_j) + C_{j2}L''_{2j}(x_j, e_j) &= C_{j+1,1}L''_{1,j+1}(x_j, e_{j+1}) + C_{j+1,2}L''_{2,j+1}(x_j, e_{j+1}). \end{aligned}$$

Từ đó ta nhận được biểu diễn

$$\begin{Bmatrix} C_{j+1,1} \\ C_{j+1,2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11}(j) & T_{12}(j) \\ T_{21}(j) & T_{22}(j) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_{j1} \\ C_{j2} \end{Bmatrix} = [\mathbf{T}(e_{j+1}, e_j)] \begin{Bmatrix} C_{j1} \\ C_{j2} \end{Bmatrix}, \quad (3.9)$$

Sử dụng biểu thức (3.9) ta có

$$\begin{Bmatrix} C_{j+1,1} \\ C_{j+1,2} \end{Bmatrix} = [\mathbf{T}(e_{j+1}, e_j)\mathbf{T}(e_j, e_{j-1}) \dots \mathbf{T}(e_2, e_1)] \begin{Bmatrix} C_{11} \\ C_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

và

$$\begin{Bmatrix} C_{n+1,1} \\ C_{n+1,2} \end{Bmatrix} = [\mathbf{T}(e_{n+1}, e_n)\mathbf{T}(e_n, e_{n-1}) \dots \mathbf{T}(e_2, e_1)] \begin{Bmatrix} C_{11} \\ C_{12} \end{Bmatrix} = [\mathbf{T}(\mathbf{e})] \begin{Bmatrix} C_{11} \\ C_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

Cuối cùng ta được

$$W_1(x) = C_{11}L_{11}(x, e_1) + C_{12}L_{21}(x, e_1), \quad (3.12a)$$

$$W_{n+1}(x) = C_{11}\hat{L}_{1,n+1}(x, \mathbf{e}) + C_{12}\hat{L}_{2,n+1}(x, \mathbf{e}), \quad (3.12b)$$

Áp điều kiện biên tổng quát vào các hàm (3.12) ta được

$$\begin{aligned} C_{11}L_{11}^{(b_0)}(0, e_1) + C_{12}L_{21}^{(b_0)}(0, e_1) &= 0; \\ C_{11}\hat{L}_{1,n+1}^{(b_1)}(\ell, \mathbf{e}) + C_{12}\hat{L}_{2,n+1}^{(b_1)}(\ell, \mathbf{e}) &= 0. \end{aligned} \quad (3.13)$$

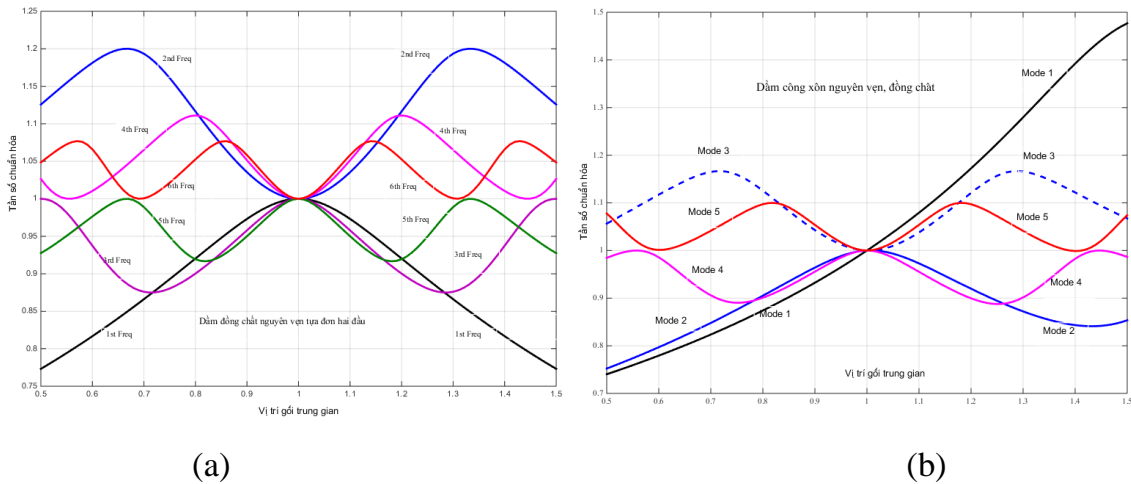
Từ đây ta nhận được phương trình tần số

$$d(\lambda, \mathbf{e}) \equiv L_{11}^{(b_0)}(0, e_1)\hat{L}_{2,n+1}^{(b_1)}(\ell, \mathbf{e}) - L_{21}^{(b_0)}(0, e_1)\hat{L}_{1,n+1}^{(b_1)}(\ell, \mathbf{e}) = 0. \quad (3.14)$$

3.3. Kết quả tính toán số

Ở đây trình bày việc áp dụng phương pháp ma trận truyền để tính toán tần số riêng của dầm đồng chất có vết nứt như trường hợp riêng của dầm FGM (khi $E_t = E_b$ hay $n = 0$). Nội dung nghiên cứu bao gồm việc khảo sát ảnh hưởng của vị trí gối cứng và vết nứt đến các tần số riêng của dầm đồng chất.

a) Ảnh hưởng của gối trung gian đến tần số riêng của dầm liên tục nhiều nhịp



Hình 3.1. Ảnh hưởng của vị trí gối trung gian đến tần số riêng của dầm hai nhịp trong hai trường hợp điều kiện biên (a) SS-beam and (b) CF-beam.

Bảng 3.1. Tần số của dầm hai nhịp (01 gối cứng trung gian) khi vị trí gối cứng thay đổi

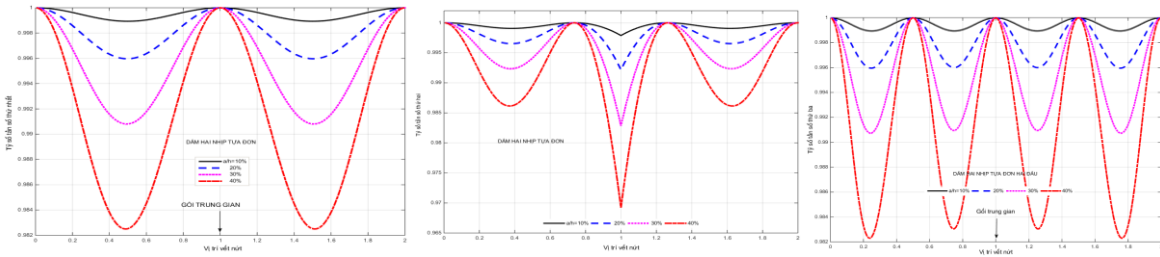
Vị trí gối cứng(tỷ số độ dài hai nhịp)	Tham số tần số, $\lambda = (\omega^2 \rho A / EI)^{1/4}$					
	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6
Dầm tựa đơn hai đầu (L=2)						
$X_s=0.5$ (1/3)	2.4290	4.4199	6.2832	7.2565	8.7417	10.7049
$X_s=0.75$ (3/5)	2.8048	4.5586	5.5315	7.7393	8.9482	10.4292
$X_s=1.0$ (ELS) Ichikawa et al [6]	3.1416 π	3.9266 3.92660 2	6.2832 2π	7.0686 7.06858 2	9.4248 3π	10.2102 10.2101 7
$X_s=1.25$ (5/3)	2.8048	4.5586	5.5315	7.7393	8.9482	10.4292
$X_s=1.5$ (3/1)	2.4290	4.4199	6.2832	7.2565	8.7417	10.7049
Dầm ngàm hai đầu (L=2)						
$X_s=0.5$ (1/3)	2.9745	4.9772	6.9593	8.4652	9.4338	11.2874
$X_s=0.75$ (3/5)	3.4605	5.4632	6.2918	8.4209	9.9007	11.1101
$X_s=1.0$ (ELS)	3.9266	4.7300	7.0686	7.8532	10.2102	10.9956
$X_s=1.25$ (5/3)	3.4605	5.4632	6.2918	8.4209	9.9007	11.1101
$X_s=1.5$ (3/1)	2.9745	4.9772	6.9593	8.4652	9.4338	11.2874
Dầm công xôn (L=2)						
$X_s=0.5$ (1/3)	1.1627	2.9534	4.9780	6.9593	8.4652	9.4338
$X_s=0.75$ (3/5)	1.3320	3.4393	5.4627	6.2925	8.4208	9.9007
$X_s=1.0$ (ELS)	1.5708	3.9266	4.7124	7.0686	7.8540	10.2102
$X_s=1.25$ (5/3)	1.9232	3.5119	5.4514	6.2738	8.4198	9.9019
$X_s=1.5$ (3/1)	2.3198	3.3515	5.0297	6.9730	8.4360	9.4158

Bảng 3.2. Tần số của dầm ba nhịp (02 gối cứng trung gian) khi vị trí gối cứng thay đổi

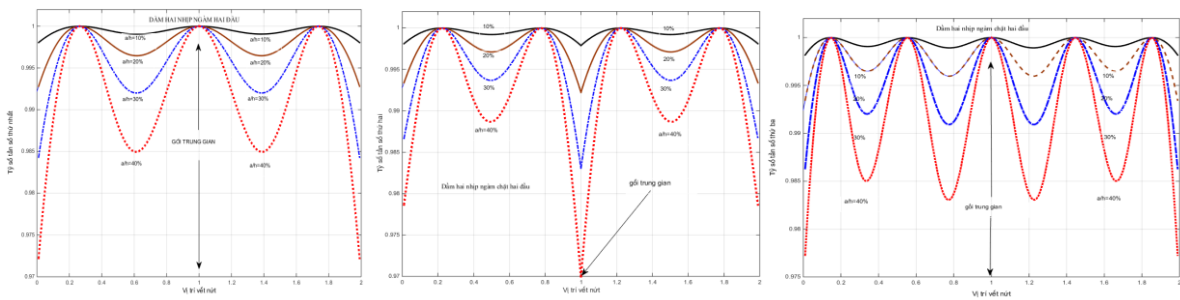
Vị trí gối		Tham số tần số, $\lambda = (\omega^2 \rho A / EI)^{1/4}$					
X_1	X_2	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_6
Dầm tựa đơn hai đầu (L=3)							
1.25	1.75	2.8220	2.9838	5.1738	5.4154	7.2104	7.8495
1.0	2.0	3.1416	3.5564	4.2975	6.2832	6.7076	7.4295
0.75	2.25	2.6177	4.1888	4.7124	5.2355	6.8068	8.3776
0.5	2.5	2.1079	3.5564	5.0021	6.2832	6.9659	7.4295
0.5	2.0	2.6029	3.5651	4.7111	6.2832	6.8067	7.4297
0.75	2.0	2.9206	3.6847	4.6569	5.7073	6.7198	8.0243
1.25	2.0	2.8194	3.4926	4.9118	5.6484	6.7504	7.8145
1.5	2.0	2.4376	3.5805	4.4556	6.2832	6.6398	7.8648
Dầm ngàm hai đầu (L=3)							
1.25	1.75	3.4223	3.6011	5.7411	6.0193	7.5635	8.4584
1.0	2.0	3.5564	4.2975	4.7300	6.7076	7.4295	7.8532
0.75	2.25	2.7060	4.5243	5.5964	5.9511	6.9854	8.7272
0.5	2.5	2.1546	3.6195	5.1026	6.5608	7.8537	8.5558
0.5	2.0	2.7073	4.1808	4.8968	6.6237	7.5051	8.3885
0.75	2.0	3.1041	4.3305	5.3487	6.1078	7.3669	8.2585
1.25	2.0	3.4075	4.1887	5.2465	6.1296	7.4393	8.3779
1.5	2.0	2.9487	4.3250	4.9649	6.7682	7.2774	8.2037
Dầm công xôn (L=3)							

1.25	1.75	1.7090	3.5148	5.8280	6.6665	8.0064	8.8420
1.0	2.0	1.5414	3.5685	4.2845	4.7185	6.7071	7.4301
0.75	2.25	2.3196	3.0799	4.6202	5.7452	6.5278	7.2035
0.5	2.5	1.9946	3.3385	4.1643	5.2258	6.6363	7.9767
0.5	2.0	1.6929	2.8227	4.5709	5.3023	6.7174	8.0679
0.75	2.0	1.5483	3.1686	4.8048	5.4529	6.1584	7.8796
1.25	2.0	1.6451	3.4169	4.5080	5.4031	6.1671	8.2517
1.5	2.0	1.9116	2.9577	4.9391	6.4516	7.0733	8.2689

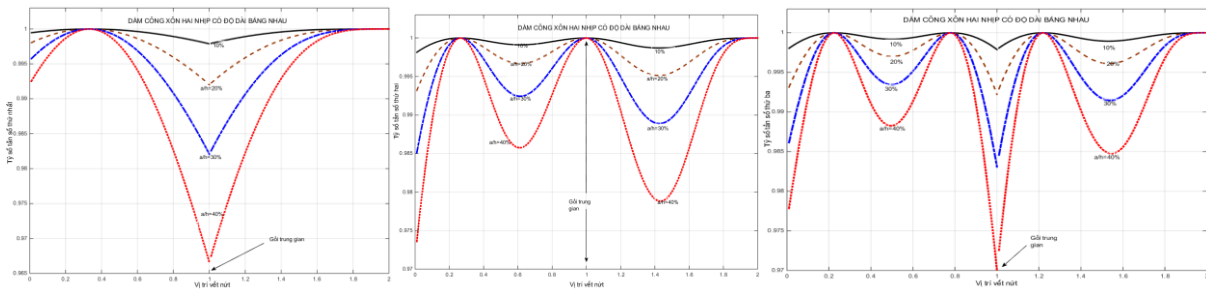
b) Ảnh hưởng của vết nứt đến tần số của dầm liên tục nhiều nhịp



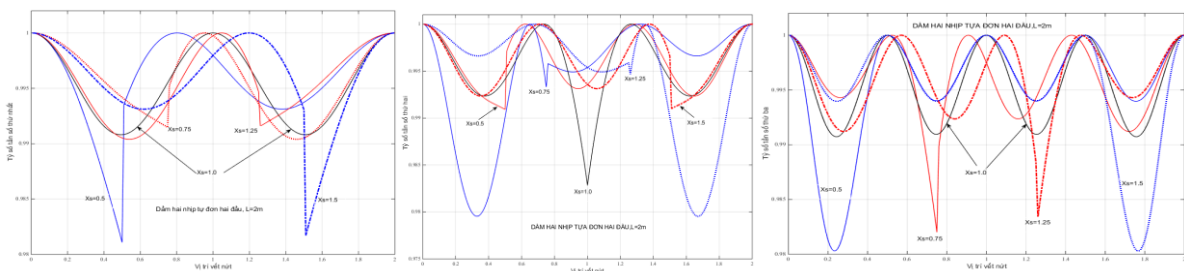
Hình 3.2. Ảnh hưởng của vết nứt đến ba tần số đầu tiên của dầm đồng chất hai nhịp tựa đơn hai đầu



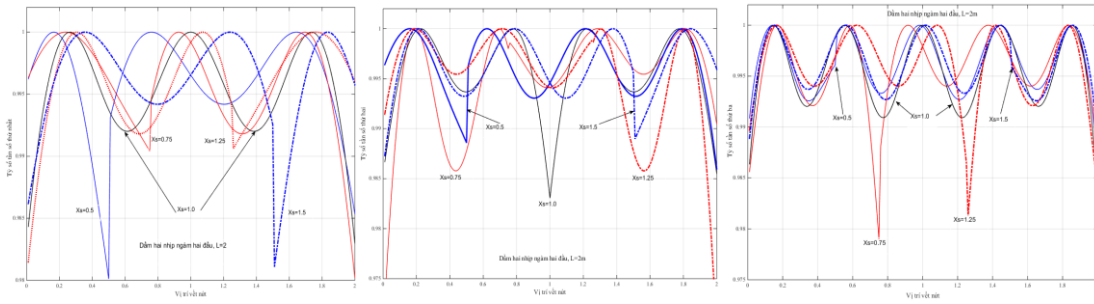
Hình 3.3. Ảnh hưởng của vết nứt đến ba tần số đầu tiên của dầm đồng chất hai nhịp ngàm hai đầu



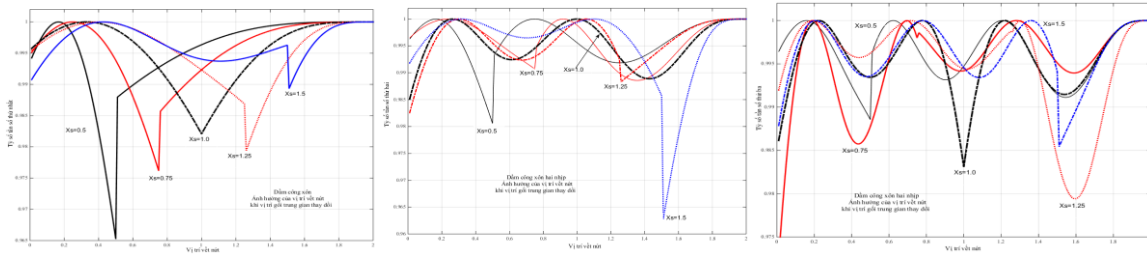
c) Ảnh hưởng đồng thời của vị trí vết nứt và vị trí gối trung gian



Hình 3.5. Ảnh hưởng của vị trí gối trung gian và vết nứt đến ba tần số đầu tiên của dầm hai nhịp tựa đơn hai đầu

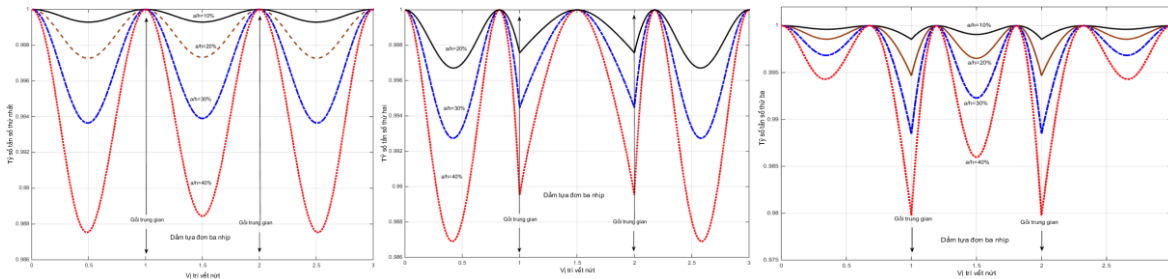


Hình 3.6. Ảnh hưởng của vết nứt và vị trí gối trung gian của dầm hai nhịp ngầm hai đầu

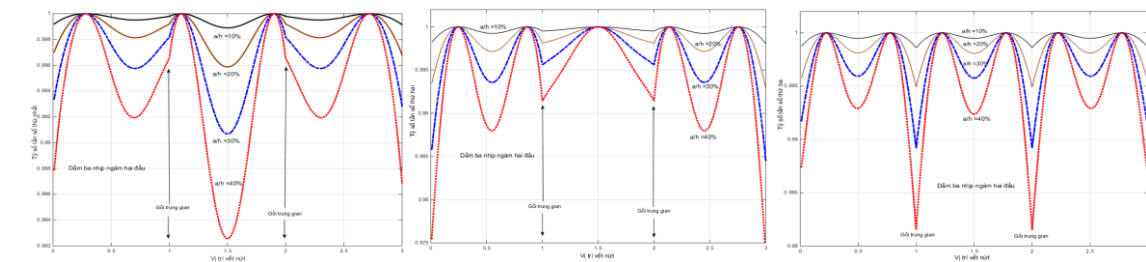


Hình 3.7. Ảnh hưởng của vết nứt và vị trí gối trung gian của dầm công xôn hai nhịp

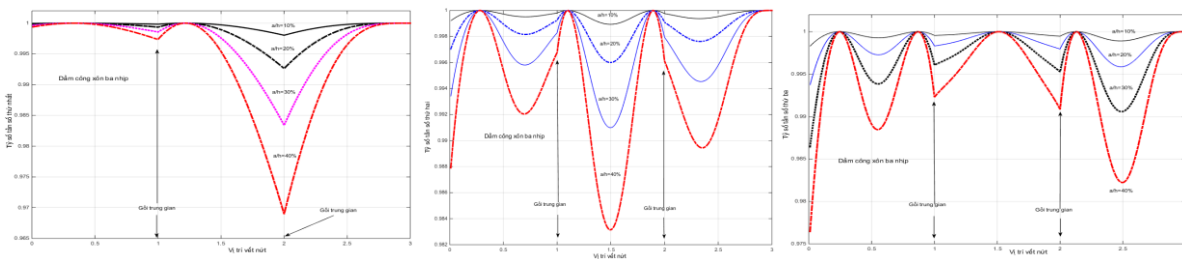
d. Ảnh hưởng của vết nứt đến tần số riêng của dầm ba nhịp đồng nhất



Hình 3.8. Ảnh hưởng của vết nứt đến ba tần số riêng đầu tiên của dầm ba nhịp tựa đơn hai đầu



Hình 3.9. Ảnh hưởng của vết nứt đến ba tần số riêng đầu tiên của dầm ba nhịp ngầm hai đầu



Hình 3.10. Ảnh hưởng của vết nứt đến ba tần số riêng đầu tiên của dầm công xôn ba nhịp

CHƯƠNG 4: DAO ĐỘNG CỦA DẦM FGM NHIỀU NHỊP CÓ VẾT NỨT

4.1. Ma trận truyền cho phần tử dầm FGM gói cứng hai đầu

Xét một nhịp dầm bất kỳ nằm giữa hai gói liên tiếp $(x_{j-1}, x_j), j = 1, \dots, n + 1$, nó thỏa mãn điều kiện

$$W(x_{j-1}) = W(x_j) = 0. \quad (4.1)$$

Sử dụng biểu thức (2.33) cho nghiệm phương trình (2.9) ta có thể viết

$$\{U, \theta, W\}^T = [\Phi(x, \omega)]\{C\} = [\Phi_4(x, \omega)]\{C^4\} + [\Phi_2(x, \omega)]\{C^2\}, \quad (4.2)$$

Áp điều kiện (4.1) cho chuyển vị ngang $W(x, \omega)$ trong công thức (4.2) ta được phương trình

$$\Gamma_{04}(\omega)C^4 + \Gamma_{02}(\omega)C^2 = 0, \quad (4.4)$$

trong đó

$$\Gamma_{04} = \begin{bmatrix} \phi_{31}(x_{j-1}) & \phi_{32}(x_{j-1}) & \phi_{33}(x_{j-1}) & \phi_{34}(x_{j-1}) \\ \phi_{31}(x_j) & \phi_{32}(x_j) & \phi_{33}(x_j) & \phi_{34}(x_j) \end{bmatrix}; \Gamma_{02} = \begin{bmatrix} \phi_{35}(x_{j-1}) & \phi_{36}(x_{j-1}) \\ \phi_{35}(x_j) & \phi_{36}(x_j) \end{bmatrix}, \quad (4.5)$$

Phương trình cuối cho phép ta biểu diễn véc tơ C^2 qua véc tơ C^4 như sau

$$C^2 = \Gamma_{24}(\omega)C^4,$$

với $\Gamma_{24} = -\Gamma_{02}^{-1}(\omega)\Gamma_{04}(\omega)$. Do đó ta sẽ có

$$z_j(x) = \bar{G}_j(x, \omega)C_j^4. \quad (4.6)$$

$$\bar{G}_j(x, \omega) = [\Phi_4(x, \omega) + \Phi_2(x, \omega)\Gamma_{24}(\omega)].$$

Đây chính là nghiệm tổng quát của phương trình (2.9) trong nhịp (x_{j-1}, x_j) chỉ chứa 4 hằng số C_1, \dots, C_4 thay vì 6 hằng số ban đầu. Điều này sẽ đơn giản hóa các tính toán tiếp theo trong phần xây dựng ma trận truyền của dầm liên tục nhiều nhịp qua các gói, được trình bày trong mục tiếp theo.

4.2. Xây dựng ma trận truyền cho dầm FGM liên tục nhiều nhịp có vết nứt

Xét dầm liên tục, nhiều nhịp có các gói cứng tại các vị trí $x_0 = 0, x_1, \dots, x_n, x_{n+1} = L$. Dễ dàng nhận thấy chuyển vị ngang (độ võng) của dầm tại tất cả các gói bằng 0, do đó ta có các phương trình

$$W(0) = W(x_1) = \dots = W(x_n) = W(L) = 0. \quad (4.7)$$

Sử dụng biểu diễn (4.6) ta có

$$\begin{aligned} U_j(x, \omega) &= g_{11}^j(x)C_{j1} + g_{12}^j(x)C_{j2} + g_{13}^j(x)C_{j3} + g_{14}^j(x)C_{j4}; \\ \Theta_j(x, \omega) &= g_{21}^j(x)C_{j1} + g_{22}^j(x)C_{j2} + g_{23}^j(x)C_{j3} + g_{24}^j(x)C_{j4}; \\ N_j(x, \omega) &= A_{11}[g_{11}^{j'}(x)C_{j1} + g_{12}^{j'}(x)C_{j2} + g_{13}^{j'}(x)C_{j3} + g_{14}^{j'}(x)C_{j4}]; \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$M_j(x, \omega) = A_{22}[g_{21}^{j'}(x)C_{j1} + g_{22}^{j'}(x)C_{j2} + g_{23}^{j'}(x)C_{j3} + g_{24}^{j'}(x)C_{j4}],$$

trong đó $g_{ik}^j, g_{ik}^{j'}, i, k = 1, 2, 3, 4$ là các phần tử của ma trận $\bar{\mathbf{G}}_j(x, \omega), \bar{\mathbf{G}}_j'(x, \omega)$ xác định trong (4.6). Thiết lập véc tơ trạng thái của dầm bao gồm

$$\{\mathbf{V}_j(x)\} = \{U_j(x), \Theta_j(x), N_j(x), M_j(x)\}^T,$$

Và sử dụng (4.8) ta có thể biểu diễn

$$\{\mathbf{V}_j(x)\} = \{U_j(x), \Theta_j(x), N_j(x), M_j(x)\}^T = [\mathbf{H}_j(x)] \cdot \{\mathbf{C}_j^4\} \quad (4.9)$$

với

$$\mathbf{H}_j(x) = \begin{bmatrix} g_{11}^j(x) & g_{12}^j(x) & g_{13}^j(x) & g_{14}^j(x) \\ g_{21}^j(x) & g_{22}^j(x) & g_{23}^j(x) & g_{24}^j(x) \\ A_{11}g_{11}^{j'}(x) & A_{11}g_{12}^{j'}(x) & A_{11}g_{13}^{j'}(x) & A_{11}g_{14}^{j'}(x) \\ A_{22}g_{21}^{j'}(x) & A_{22}g_{22}^{j'}(x) & A_{22}g_{23}^{j'}(x) & A_{22}g_{24}^{j'}(x) \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

Mặt khác, các véc tơ trạng thái nêu trên của các nhịp cần thỏa mãn điều kiện liên tục tại các gối trung gian

$$U_j(x_j) = U_{j+1}(x_j); \Theta_j(x_j) = \Theta_{j+1}(x_j); N_j(x_j) = N_{j+1}(x_j); M_j(x_j) = M_{j+1}(x_j). \quad (4.11)$$

$$U_j(x_j) = U_{j+1}(x_j); \Theta_j(x_j) = \Theta_{j+1}(x_j); N_j(x_j) = N_{j+1}(x_j); M_j(x_j) = M_{j+1}(x_j).$$

Do đó, ta có

$$[\mathbf{H}_j(x_j)]\mathbf{C}_j^4 = [\mathbf{H}_{j+1}(x_j)]\mathbf{C}_{j+1}^4$$

hay

$$\mathbf{C}_{j+1}^4 = [\mathbf{H}_{j+1}^{-1}(x_j)\mathbf{H}_j(x_j)]\mathbf{C}_j^4 = [\mathbf{S}_j]\mathbf{C}_j^4. \quad (4.12)$$

Công thức truy hồi nêu trên cho phép ta tính các véc tơ hằng số của nhịp bất kỳ qua véc tơ hằng số của nhịp thứ nhất

$$\{\mathbf{C}_{j+1}^4\} = [\mathbf{S}_j\mathbf{S}_{j-1} \cdots \mathbf{S}_1]\{\mathbf{C}_1^4\} = [\mathbf{T}_j]\{\mathbf{C}_1^4\}. \quad (4.13)$$

Cuối cùng, ta được

$$\{\mathbf{C}_{n+1}^4\} = [\mathbf{S}_n\mathbf{S}_{n-1} \cdots \mathbf{S}_1]\{\mathbf{C}_1^4\} = [\mathbf{T}_n]\{\mathbf{C}_1^4\} \quad (4.14)$$

và

$$\{\mathbf{V}_1(x)\} = [\mathbf{H}_1(x)] \cdot \{\mathbf{C}_1^4\}; \{\mathbf{V}_{n+1}(x)\} = [\mathbf{H}_{n+1}(x)\mathbf{T}_n] \cdot \{\mathbf{C}_1^4\}. \quad (4.15)$$

Theo (4.7), ngoài điều kiện biên $W(0) = W(L) = 0$ đã được tính đến trong khi xây dựng ma trận truyền, ta có các điều kiện biên khác cho dầm tựa đơn hai đầu (a) và ngàm hai đầu (b) như sau

$$(a) U(0) = \Theta'(0) = U(L) = \Theta'(L) = 0; (b) U(0) = \Theta(0) = U(L) = \Theta(L) = 0. \quad (4.16)$$

Dưới đây sẽ sử dụng các điều kiện biên này để xây dựng phương trình tần số cho hai loại dầm tựa đơn và ngàm hai đầu.

Đối với dầm tựa đơn hai đầu, điều kiện (4.16a) cùng với các biểu thức (4.8) cho ta

$$g_{11}^1(0)C_1^1 + g_{12}^1(0)C_2^1 + g_{13}^1(0)C_3^1 + g_{14}^1(0)C_4^1 = 0; \quad g_{21}^{1'}(0)C_1^1 + g_{22}^{1'}(0)C_2^1 + g_{23}^{1'}(0)C_3^1 + g_{24}^{1'}(0)C_4^1 = 0;$$

$$h_{11}(L)C_1^1 + h_{12}(L)C_2^1 + h_{13}(L)C_3^1 + h_{14}(L)C_4^1 = 0; \quad h_{21}'(L)C_1^1 + h_{22}'(L)C_2^1 + h_{23}'(L)C_3^1 + h_{24}'(L)C_4^1 = 0,$$

trong đó h_{jk}, h_{jk}' là các phần tử của các ma trận tương ứng $[\mathbf{H}_{n+1}(x)\mathbf{T}_n], [\mathbf{H}'_{n+1}(x)\mathbf{T}_n]$. Như vậy, các phương trình cuối có thể viết lại ở dạng ma trận

$$[\mathbf{D}(\omega)] \cdot \{\mathbf{C}_1^4\} = 0 \quad (4.17)$$

với $\mathbf{C}_1^4 = \{C_1^1, C_2^1, C_3^1, C_4^1\}^T$ và

$$\mathbf{D}(\omega) = \mathbf{D}_{ss}(\omega) = \begin{bmatrix} g_{11}^1(0) & g_{12}^1(0) & g_{13}^1(0) & g_{14}^1(0) \\ g_{21}^{1'}(0) & g_{22}^{1'}(0) & g_{23}^{1'}(0) & g_{24}^{1'}(0) \\ h_{11}(L) & h_{12}(L) & h_{13}(L) & h_{14}(L) \\ h_{21}'(L) & h_{22}'(L) & h_{23}'(L) & h_{24}'(L) \end{bmatrix}. \quad (4.18)$$

Trong trường hợp dầm ngàm hai đầu, ta cũng có thể thiết lập được phương trình (4.17) nhưng với ma trận $\mathbf{D}(\omega)$ bằng.

$$\mathbf{D}(\omega) = \mathbf{D}_{cc}(\omega) = \begin{bmatrix} g_{11}^1(0) & g_{12}^1(0) & g_{13}^1(0) & g_{14}^1(0) \\ g_{21}^1(0) & g_{22}^1(0) & g_{23}^1(0) & g_{24}^1(0) \\ h_{11}(L) & h_{12}(L) & h_{13}(L) & h_{14}(L) \\ h_{21}(L) & h_{22}(L) & h_{23}(L) & h_{24}(L) \end{bmatrix}. \quad (4.19)$$

Đối với các dầm có các điều kiện biên nêu trên phương trình tần số sẽ có dạng

$$F(\omega) \equiv \det[\mathbf{D}(\omega)] = 0, \quad (4.20)$$

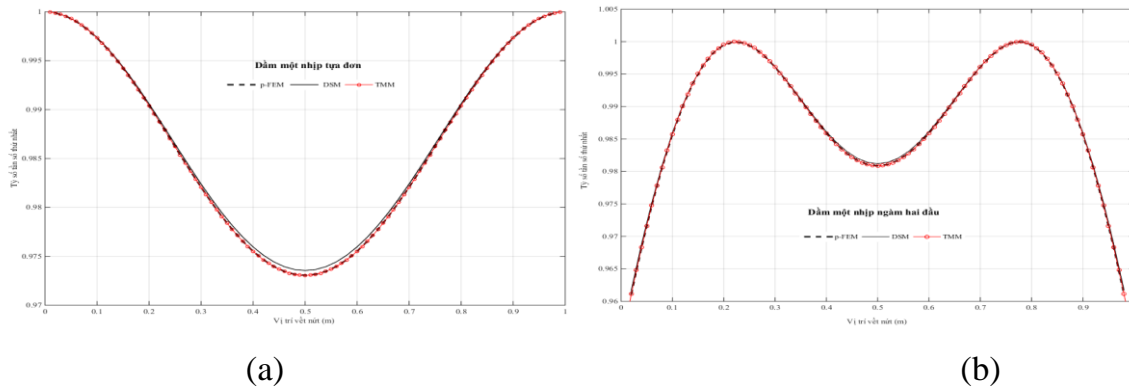
4.3. Kết quả tính toán số

4.3.1. Kiểm chứng phương pháp, thuật toán và chương trình

Bảng 4.1. So sánh tần số tính bằng phương pháp ma trận truyền (TMM) và phương pháp độ cứng động (DSM) [54] trong các trường hợp $L/h = 5; 10$ và các giá trị khác nhau của chỉ số n

L/h	n	Mode 1		Mode 2		Mode 3	
		DSM [55]	TMM	DSM [55]	TMM	DSM [55]	TMM
Dầm tựa đơn hai đầu							
5	0.1	4.784	4.7834	16.652	16.6660	28.189	28.3189
	0.2	4.5296	4.5219	15.770	15.7565	26.780	26.8944
	9.5	4.0590	4.0279	14.128	14.0318	24.002	24.0579
	1.0	3.6890	3.6355	12.818	12.6470	21.621	21.6145
	2.0	3.3906	3.3328	11.740	11.5589	19.479	19.4718
	5.0	3.1088	3.0772	10.721	10.6300	17.526	17.5625
	10	2.9513	2.9387	10.176	10.1467	16.686	16.7487
10	0.1	5.001	4.9977	19.135	19.1228	40.385	40.3570
	0.2	4.7348	4.7267	18.118	18.0863	38.240	38.1718
	9.5	4.2432	4.2086	16.235	16.1021	34.261	33.9801
	1.0	3.8586	3.8004	14.755	14.5331	31.110	30.6491
	2.0	3.5510	3.4878	13.561	13.3229	28.544	28.0555
	5.0	3.2608	3.2251	12.434	12.3013	26.112	25.8533
	10	3.0959	3.0805	11.805	11.7476	24.799	24.6834
Dầm ngàm hai đầu							
5	0.1	9.3380	9.3334	21.455	21.4415	28.189	28.1787
	0.2	8.8467	8.8320	20.331	20.2909	26.780	26.8887
	9.5	7.9241	7.8762	18.206	18.0842	24.022	23.9547
	1.0	7.1772	7.0980	16.459	16.2684	21.621	21.5294
	2.0	6.5543	6.4707	14.974	14.7812	19.479	19.3954
	5.0	5.9699	5.9244	13.585	13.4826	17.526	17.4850
	10	5.6680	5.6484	12.896	12.8530	16.686	16.6691
10	0.1	10.827	10.8205	27.809	27.7924	50.364	50.3343
	0.2	10.253	10.2371	26.337	26.2986	47.704	47.6357
	9.5	9.1864	9.1182	23.594	23.4254	42.727	42.4315
	1.0	8.3437	8.2292	21.404	21.1256	38.721	38.2389
	2.0	7.6610	7.5376	19.608	19.3119	35.398	34.8940
	5.0	7.0184	6.9493	17.909	17.7560	32.297	32.0050
	10	6.6638	6.6339	17.014	16.9432	30.647	30.5295

a) Dầm FGM có vết nứt:



Hình 4.1. So sánh tần số cơ bản của dầm FGM có vết nứt tính được bằng các phương pháp TMM, DSM và p -FEM; a – dầm tựa đơn hai đầu; b – dầm ngàm hai đầu.

4.3.2. Ảnh hưởng của gối trung gian đến tần số riêng của dầm FGM liên tục nhiều nhịp

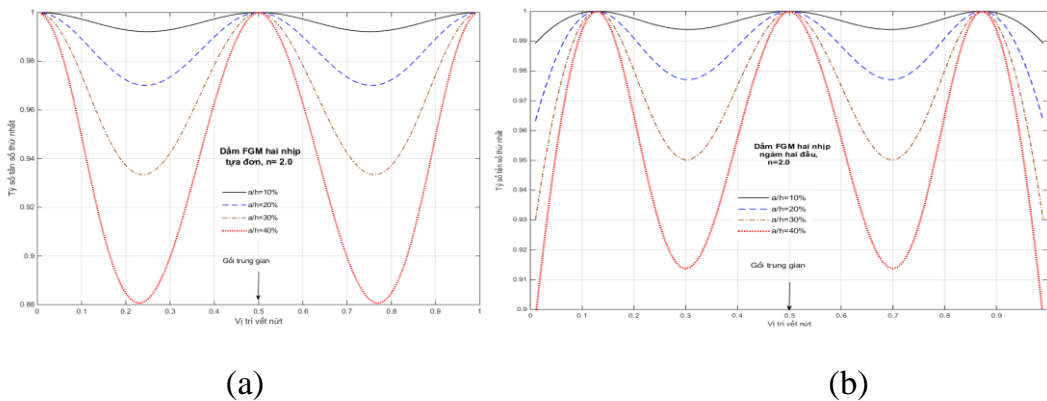
Bảng 4.2. Tần số riêng của dầm FGM một, hai và ba nhịp phụ thuộc vào chỉ số phân bố vật liệu, n

Số nhịp	TS	Chỉ số phân bố thể tích vật liệu, n								
		0.01	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	5.0	10	100
Dầm ngàm hai đầu										
1	1	11.5145	10.8205	10.2319	9.1182	8.2292	7.5376	6.9493	6.6339	6.1346
	2	29.5673		26.2854	23.4254	21.1256	19.3119	17.7560	16.9432	15.7049
	3	53.5374	27.7924	47.6118	42.4315	38.2389	34.8940	32.0050	30.5295	28.3581
	4	81.4231	50.3343	72.4358	48.0050	43.1884	38.9091	35.0282	46.2376	43.0257
	5	111.9562	76.5667	99.5801	64.5588	58.1469	52.9791	48.4886	63.3190	59.0426
		105.2785								
2	1	29.5673	27.7924	26.2854	23.4254	21.1256	19.3119	17.7560	16.9432	15.7049
	2	53.8214		35.3282	31.5046	28.3919	25.8829	23.6975	22.5935	21.0038
	3	59.6626	37.3334	53.5455	48.0050	43.1884	38.9091	35.0282	33.3620	28.4799
	4	81.4231	56.3731	72.4358	64.5588	58.1469	52.9791	48.4886	46.2376	31.6260
	5	111.9510	76.5667	102.7235	72.3369	65.0735	59.1247	53.9305	51.4120	43.0257
		110.0951								
3	1	47.8421	47.8913	45.2966	40.3632	36.3784	33.2108	30.4827	29.0819	27.0007
	2	59.6656	56.3649	53.5222	47.9435	43.1067	38.8406	34.9980	33.3498	31.6319
	3	69.8397	62.5498	59.2241	52.8711	47.6401	43.3252	39.5027	37.6230	36.7929
	4	102.3087	93.6781	66.7551	59.5739	53.6201	48.6735	44.2877	42.1763	53.8746
	5	119.3964		77.2032		85.9819	77.4631	69.8852	71.5469	63.3897
		116.6928		105.6788						
Dầm tựa đơn hai đầu										
1	1	5.3204	4.9977	4.7243	4.2086	3.8004	3.4878	3.2251	3.0805	2.8424
	2	20.3566	19.1228	18.0772	16.1021	14.5331	13.3229	12.3013	11.7476	10.8549
	3	42.9562	40.3570	38.1525	33.9801	30.6491	28.0555	25.8533	24.6834	22.8502
	4	70.8363	66.5611	62.9317	48.0050	43.1884	38.9090	35.0281	40.5218	37.5854
	5	102.1854	96.0345	90.8045	56.0479	50.5213	46.1729	42.4555	58.2010	54.0890

2	1	20.3566	19.1228	18.0772	16.1021	14.5331	13.3229	12.3013	11.7476	10.8549
	2	<u>29.5673</u>	<u>27.7926</u>	<u>26.2861</u>	<u>23.4271</u>	<u>21.1279</u>	<u>19.3141</u>	<u>17.7571</u>	<u>16.9437</u>	<u>15.7049</u>
	3	34.0693	<u>56.3731</u>	<u>53.5455</u>	<u>48.0050</u>	<u>43.1884</u>	<u>38.9090</u>	<u>35.0281</u>	<u>33.3619</u>	<u>31.6260</u>
	4	42.9560	66.5611	62.9317	56.0479	50.5213	46.1729	42.4555	40.5218	37.5854
	5	<u>59.6626</u>	96.8673	72.4246	64.5306	58.1088	52.9434	48.4705	46.2303	54.1172
3	1	42.9561	40.3570	38.1525	33.9801	30.6491	28.0555	25.8533	24.6834	22.8502
	2	58.6664	<u>47.8894</u>	<u>45.2915</u>	<u>40.3509</u>	<u>36.3617</u>	<u>33.1935</u>	<u>30.4724</u>	<u>29.0777</u>	<u>27.0007</u>
	3	<u>59.6465</u>	56.3766	53.5548	48.0280	43.2196	38.9392	35.0446	33.3686	28.2362
	4	86.1579	<u>62.5400</u>	59.1967	52.7990	47.5441	43.2438	39.4663	37.6084	31.0315
	5	<u>119.3565</u>	67.1257		103.2356	<u>85.9819</u>	<u>77.4629</u>	<u>69.8848</u>	69.8669	45.6449
$E_t=390GPa, \rho_t=3960kg/m^3, \mu_t=0.25; E_b=210GPa, \rho_b=7800kg/m^3, \mu_b=0.31; L=1, b=0.1, h=0.1$										

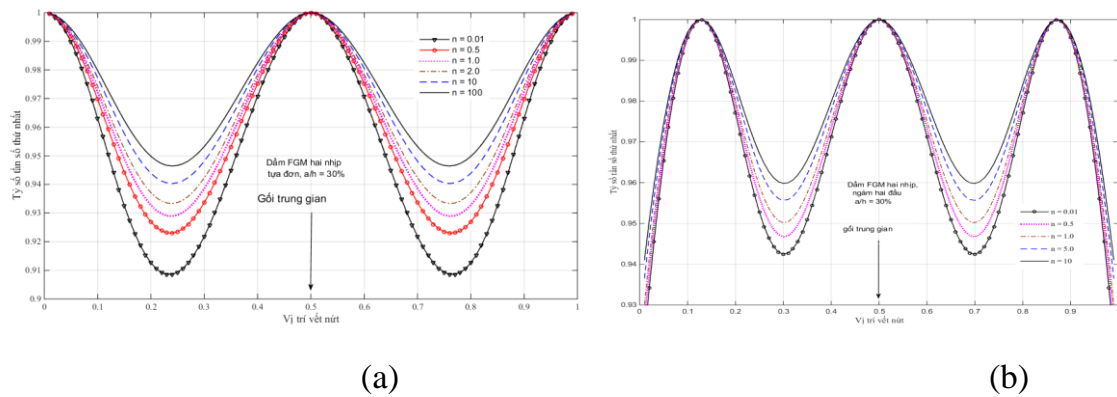
4.3.3. Ảnh hưởng của vết nứt đến tần số riêng dầm FGM liên tục nhiều nhịp

a) Dầm FGM hai nhịp



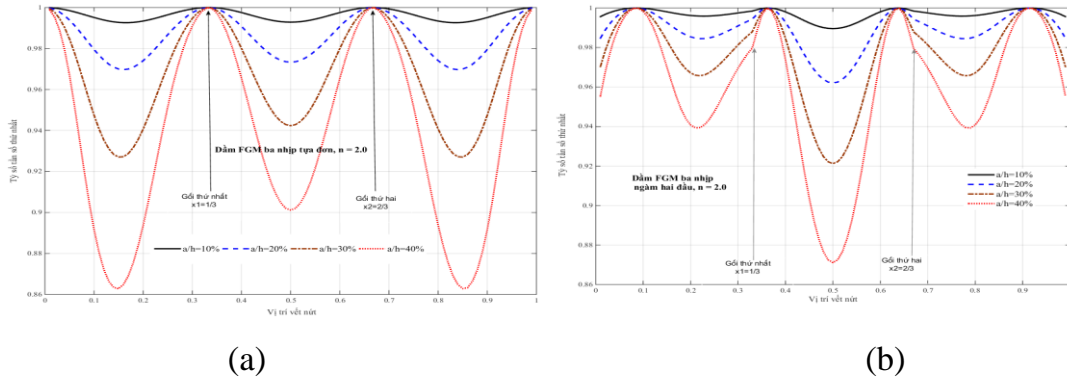
Hình 4.2. Tần số cơ bản (uốn) của dầm FGM hai nhịp (a – SSB, b – CCB)

phụ thuộc vào vị trí vết nứt và tương ứng với các giá trị khác nhau của độ sâu vết nứt (a/h).



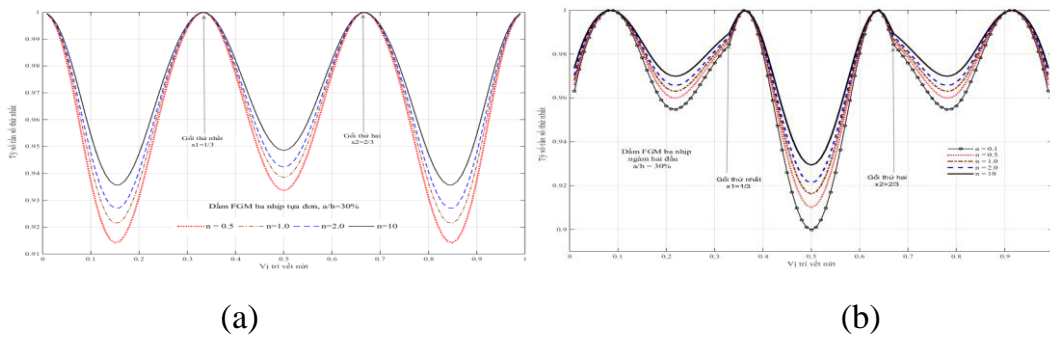
Hình 4.3. Tần số cơ bản (uốn) của dầm FGM hai nhịp (a – SSB, b – CCB) phụ thuộc vào vị trí vết nứt và tương ứng với các giá trị khác nhau chỉ số phân bố vật liệu (n).

b) Dầm FGM ba nhịp



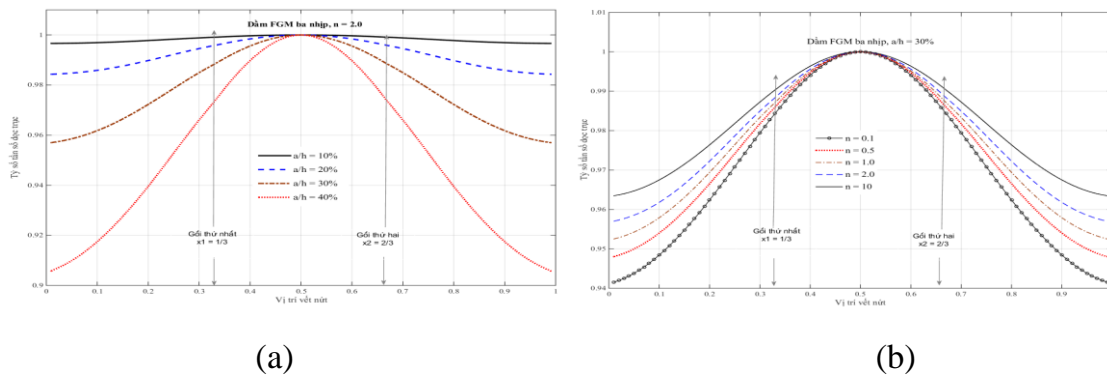
Hình 4.4. Tần số cơ bản (uốn) của dầm FGM ba nhịp (a – SSB, b – CCB)

phụ thuộc vào vị trí vết nứt và tương ứng với các giá trị khác nhau của độ sâu vết nứt (a/h).



Hình 4.5. Tần số cơ bản (uốn) của dầm FGM ba nhịp (a – SSB, b – CCB)

phụ thuộc vào vị trí vết nứt và tương ứng với các giá trị khác nhau của chỉ số phân bố vật liệu (n).



Hình 4.6. Tần số dao động dọc trục của dầm FGM liên tục ba nhịp phụ thuộc vào độ sâu vết nứt (a) và chỉ số phân bố vật liệu n (b).

Bảng 4.3. Ảnh hưởng của số lượng và phân bố vết nứt đến tần số riêng của dầm ba nhịp

TS No	Số lượng vết nứt (a/h=30%)							Ba
	Không	Một			Hai			
Vị trí vết nứt	1/6	1/2	5/6	1/6 -1/2	1/2 -5/6	1/6-5/6	1/6-1/2-5/6	
Dầm tựa đơn hai đầu								
1	3.1173	2.8933	2.9376	2.8933	2.7486	2.7486	2.7794	2.6336
2	<u>3.6882</u>	3.5327	<u>3.6882</u>	3.5327	3.5104	3.5104	3.2741	
3	4.3266	4.1894	4.3266	4.1894	4.1888	4.1888	4.0554	3.2741
4	4.8049	4.7589	4.5923	4.7589	4.5317	4.5317	4.7058	
5	8.6070	8.5196	8.2420	8.5196	8.1492	8.1492	8.4273	4.0554
								4.4553
								8.0509
Dầm ngàm hai đầu								
1	3.6901	3.6042	3.3995	3.6042	3.3331	3.3331	3.5354	3.2754
2	<u>4.3156</u>	4.1779	<u>4.3156</u>	4.1779	4.1771	4.1771	4.0427	4.0427
3	4.8139	4.6265	4.8139	4.6265	4.6123	4.6123	4.4668	4.4668
4	5.4082	5.3252	5.3095	5.3252	5.2209	5.2209	5.1982	5.0673
5	8.6070	8.5196	8.2421	8.5196	8.1495	8.1495	8.4274	
								8.0512
$E_t=390GPa, \rho_t=3960kg/m^3, \mu_t=0.25; E_b=210GPa,$ $\rho_b=7800kg/m^3, \mu_b=0.31; L=1, b = 0.1, h = 0.1;$								

KẾT LUẬN CHUNG

Tổng kết lại, những kết quả chính đạt được có thể tóm lược như sau:

1. Đã xây dựng được nghiệm tổng quát về dao động của dầm FGM có nhiều vết nứt, sử dụng mô hình vết nứt được biểu diễn bằng hai lò xo dọc trục và lò xoắn, dựa trên lý thuyết dầm Timosshenko và quy luật biến đổi vật liệu theo hàm lũy thừa. Đặc biệt có kể đến vị trí thực của trục trung hòa trong dầm FGM;
2. Đã phát triển phương pháp ma trận truyền cho dầm FGM đa nhịp có nhiều vết nứt, cho phép đơn giản hóa việc tính toán tần số riêng của dầm đa nhịp (không cần tính phản lực tại các gối trung gian của dầm đa nhịp)
3. Đã nghiên cứu chi tiết dao động riêng của dầm đồng chất nhiều nhịp có vết nứt như một trường hợp riêng của dầm FGM. Ở đây đã phân tích chi tiết ảnh hưởng của gối trung gian lên tần số của dầm và cho thấy gối trung gian ảnh hưởng nhiều đến phân bố tần số riêng của dầm. Đặc biệt là gối trung gian làm xuất hiện những tần số giống nhau cho các điều kiện biên khác nhau. Các tần số này gọi là tần số gối.
4. Đã nghiên cứu ảnh hưởng của vết nứt và các tham số vật liệu có cơ lý tính biến thiên liên tục đến tần số riêng của dầm đa nhịp. Đặc biệt là đã chỉ ra trong dầm đa nhịp cũng tồn tại những vị trí mà vết nứt xuất hiện tại đó không làm thay đổi một tần số nào đó, gọi là các điểm nút tần số. Đã chỉ ra rằng vết nứt xuất hiện tại các gối có thể không ảnh hưởng đến tần số này, nhưng lại làm thay đổi đáng kể tần số khác. Tất cả những nhận xét này là những thông tin rất quan trọng để chẩn đoán vết nứt trong dầm FGM bằng các tần số riêng.

**DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH ĐÃ CÔNG BỐ
CỦA TÁC GIẢ LIÊN QUAN ĐẾN ĐỀ TÀI LUẬN ÁN**

- (1) **Nguyen Tien Khiem, Do Nam** (2016) *Vibration of continuous multispan Timoshenko beam made of functionally graded material*. Proceedings of 4th International Conference on Engineering Mechanics and Automation (ICEMA 4), Hanoi, August 25-26, 2016.
- (2) **Nguyen Tien Khiem, Pham Manh Thang, Do Nam, Pham Thi Ba Lien** (2018). *Free vibration of cracked multispan continuous beam*. Proceedings of Xth National Conference on Mechanics, Hanoi, December 8-9, 2017, pp.303-311.
- (3) **Do Nam, Nguyen Tien Khiem, Le Khanh Toan, Nguyen Thi Thao, Pham Thi Ba Lien** (2018) *Effect of intermediate support location on natural frequencies of multiple cracked continuous beams*. Vietnam Journal of Mechanics, VAST, Vol. 40, No. 2 (2018), pp. 181 – 198.
- (4) **Nguyen Tien Khiem, Le Khanh Toan, Nguyen Thi Thao, Do Nam** (2019) *An application of the dynamic stiffness approach to free vibration of continuous multispan beam with cracks*. Tuyển tập báo cáo Hội nghị Cơ học kỹ thuật toàn quốc kỷ niệm 40 năm Viện Cơ học, 9-4-2019.
- (5) **Nguyen Tien Khiem, Hai Thanh Tran and Do Nam** (2020) *Modal analysis of cracked continuous Timoshenko beam made of functionally graded material*. Mechanics Based Design of Structures and Machines 48(4) 459-479. DOI: 10.1080/15397734.2019.1639518.